

桃園市立武陵高中 114 學年度第 2 學期高三數學甲第一次期中考題目卷
範圍：複數與多項方程式 班級： 座號： 姓名：

一、多重選擇題：(每題 8 分，答錯 1 個選項得 5 分，答錯 2 個選項得 2 分，答錯 3 個以上選項得 0 分，共 24 分)

() 1. 設 α 為複數， $|\alpha|=2$ 且 α 的主幅角為 168° ， $\bar{\alpha}$ 表示 α 的共軛複數， $i=\sqrt{-1}$ ，則下列敘述那些正確？

(A) $\frac{1}{\alpha}$ 的主幅角是 -168°

(B) $-\alpha$ 的主幅角是 348°

(C) $\bar{\alpha}$ 的主幅角是 202°

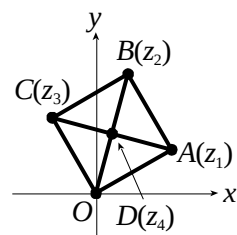
(D) $-i\bar{\alpha}$ 的主幅角是 78°

(E) $\alpha+2$ 的主幅角是 84°

() 2. 如圖，在複數平面上， O 為原點，點 $A(z_1)$ 、 $B(z_2)$ 、 $C(z_3)$ 、 $D(z_4)$ ，且 D 為正方形 $OABC$ 兩對角線的交點。下列哪些敘述是正確的？

(A) $z_2 = 2z_4$ (B) $z_3 = z_1 - z_2$ (C) $z_2 = z_1 \cdot (1+i)$

(D) $z_3 = z_1 \cdot i$ (E) $z_1 - z_2 = (z_3 - z_2) \cdot (-i)$



() 3. 設 $f(x)$ 為一實係數五次多項式，則下列哪些敘述是正確的？

(A) 若 $f(1+i) = f(3i) = 0$ ，則 $f(x) = 0$ 恰有一實根

(B) 若 $f(3+4i) = 6i-3$ ，則 $f(3-4i) = 6i+3$

(C) 設 a, b 為實數，若 $f(a)f(b) < 0$ ，則 $f(x) = 0$ 在 a 與 b 之間恰有一實根

(D) $f(x)$ 必可分解成一次或二次有理係數多項式的乘積

(E) 方程式 $f(x) = x^4 + x^2$ 至少有一實根

二、填充題：(配分如下，共 64 分)

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
分數	8	16	22	28	34	40	46	52	56	60	64

1. 設 $z_1 = \sqrt{3} + i$ ， $z_2 = 4 \left(\cos \frac{\pi}{12} - i \sin \frac{\pi}{12} \right)$ ，化簡 $\left(\frac{z_1}{z_2} \right)^3 =$ _____ (以極式表示)

2. 若 $(\cos \theta + i \sin \theta)(\cos 2\theta + i \sin 2\theta) \cdots (\cos 89\theta + i \sin 89\theta) = 1$ ，且 $0 < \theta < 2\pi$ ，則 θ 之值共有 _____ 個

3. 若複數 z 滿足 $\frac{z + \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{-2}}}{z + 4i} = 2 + i$ ，則 z 的虛部為 _____

4. 設 a, b 為實數，令 $w = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$ ，

(1) 若 w 與 w^2 為二次方程式 $x^2 + ax + b = 0$ 的兩根，則數對 $(a, b) =$ _____

(2) 求 $(3 + w + w^2)(1 + 2w + w^2)(1 + w - 2w^2)$ 之值 _____

5.實係數多項方程式 $x^4 + 3x^2 + ax + b = 0$ 有一根為 $i - 1$ ，則數對 $(a, b) =$ _____

(2)求另外三根。 _____

6.複數平面上，若複數 z 滿足 $|iz - 4| = 2$ ，則 $|z - 6 - 4i|$ 的最小值為 _____。

7.設 k 為實數，二次方程式 $x^2 - 2(k+1)x + (k^2 + 2) = 0$ 有兩正根，且二次方程式 $x^2 - kx + k + 3 = 0$ 有兩共軛虛根，則 k 的最大範圍為 _____

8.設 $A(3, 1)$ 、 $B(1, 2)$ 為平面上兩點， C 點在第四象限，若 $\triangle ABC$ 為正三角形，求 C 點座標。

9.為了解方程式 $6x^4 - 37x^3 + 64x^2 - 37x + 6 = 0$ ，我們將方程式兩邊同除以 x^2 ，整理得到

$$6\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 37\left(x + \frac{1}{x}\right) + 64 = 0$$

以 $t = x + \frac{1}{x}$ 為變數，改寫上列方程式為 t 的二次方程式，並解出 t 。再利用 t 解出 x 。

由上述步驟，解出方程式 $6x^4 - 37x^3 + 64x^2 - 37x + 6 = 0$ 的所有根。_____

三、計算題：(12 分)(請詳列計算過程)

1.已知複數 $\sqrt{3} - i$ 為六次方程式 $z^6 = a$ 的一根，且此方程式的 6 個根對應到複數平面上的對應點分別為 A 、 B 、 C 、 D 、 E 、 F ，試回答下列問題

(1)求 a 之值。(3 分)

(2)求出方程式的其他根。(以標準式表示)(5 分)

(3)若 P 點在複數平面上對應的複數為 2，求 $\overline{PA} \cdot \overline{PB} \cdot \overline{PC} \cdot \overline{PD} \cdot \overline{PE} \cdot \overline{PF}$ 之值。(4 分)

桃園市立武陵高中 114 學年度第 2 學期高三數學甲第一次期中考答案卷
範圍：複數與多項方程式 班級： 座號： 姓名：

一、多重選擇題：(每題 8 分，答錯 1 個選項得 5 分，答錯 2 個選項得 2 分，答錯 3 個以上選項得 0 分，共 24 分)

1.	2.	3.
----	----	----

二、填充題：(配分如下，共 64 分)

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
分數	8	16	22	28	34	40	46	52	56	60	64

1.	2.	3.
4.(1)	4.(2)	5.(1)
6.	7.	8.
		9.

三、計算題：(12 分)(請詳列計算過程)

1.(1) (3 分)
1.(2) (5 分)
1.(3) (4 分)

桃園市立武陵高中 114 學年度第 2 學期高三數學甲第一次期中考答案卷

範圍：複數與多項方程式

班級：

座號：

姓名：

一、多重選擇題：(每題 8 分，答錯 1 個選項得 5 分，答錯 2 個選項得 2 分，答錯 3 個以上選項得 0 分，共 24 分)

1. BE	2. ACD	3. AE
----------	-----------	----------

二、填充題：(配分如下，共 64 分)

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
分數	8	16	22	28	34	40	46	52	56	60	64

1. $\frac{1}{8}(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4})$		2. 4004		3. -7	
4.(1) (1,1)		4.(2) -6		5.(1) (6,10)	
				5.(2) $-1-i, 1 \pm 2i$	
6. 8		7. $\frac{1}{2} \leq k < 6$		8. $(2-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2}-\sqrt{3})$	
				9. $\frac{2}{3}, \frac{3}{2}, 2 \pm \sqrt{3}$	

三、計算題：(12 分)(請詳列計算過程)

1.(1)(3 分) $\because \sqrt{3} - i = 2(\cos \frac{11}{6}\pi + i \sin \frac{11}{6}\pi) \text{ (1\%)}$ $\therefore (\sqrt{3} - i)^6 = 2^6(\cos \frac{11}{6}\pi \times 6 + i \sin \frac{11}{6}\pi \times 6)$ (1%) $= 64(\cos \pi + i \sin \pi) = -64 \text{ (1\%)}$ $\Rightarrow a = -64$	1.(3) (4 分) 設 $A(z_0), B(z_1), C(z_2), D(z_3), E(z_4), F(z_5)$ $\because z^6 + 64 = (z - z_0)(z - z_1)(z - z_2)(z - z_3)(z - z_4)(z - z_5)$ (1%) 故 $\overline{PA} \cdot \overline{PB} \cdot \overline{PC} \cdot \overline{PD} \cdot \overline{PE} \cdot \overline{PF} =$ $ 2 - z_0 \cdot 2 - z_1 \cdot 2 - z_2 \cdot 2 - z_3 \cdot 2 - z_4 \cdot 2 - z_5 $ $= (2 - z_0)(2 - z_1)(2 - z_2)(2 - z_3)(2 - z_4)(2 - z_5) $ $= 2^6 + 64 = 128 \quad \text{(3\%)}$
1.(2) (5 分) 設 $z = r(\cos 6\theta + i \sin 6\theta)$, $r = z$, $\theta = \arg(z)$ 由棣美弗定理，得 $z^6 = 64(\cos 6\theta + i \sin 6\theta)$ $= 64(\cos \pi + i \sin \pi) \text{ (1\%)}$ $\therefore \begin{cases} r^6 = 64 \\ 6\theta = \pi + k(2\pi) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r = 2 \\ \theta = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \end{cases} \text{ (1\%)}$ 代回寫出標準式 $\pm 2i, \sqrt{3} + i, -\sqrt{3} \pm i \text{ (3\%)}$	