

桃園市立武陵高中 114 學年度第一學期高二數學第一次期中考試題卷

範圍：龍騰版數學 3A 第 1~4 單元

班級：

座號：

姓名：

請將每題的答案劃在答案卡相應的位置，例如 ① 表示答案卡位置為 1 的欄位。

一、單選題(每題 5 分，共 15 分)

1. (①) 將函數 $y = f(x) = 2\cos x$ 的圖形左移 $\frac{\pi}{3}$ 後所得的圖形為 $y = g(x)$ ，則

函數 $y = f(x) + g(x)$ 的最小值為下列何者？

- (1) -1 (2) -2 (3) $-2\sqrt{2}$ (4) $-2\sqrt{3}$ (5) -4

2. (②) 滿足 $0 \leq x \leq 3\pi$ 且 $\cos x \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$ 的整數 x 共有幾個？

- (1) 6 (2) 7 (3) 8 (4) 9 (5) 10

3. (③) 如右圖，有一個作等速率圓周運動的大風車，其半徑為 10 公尺，逆時針方向旋轉

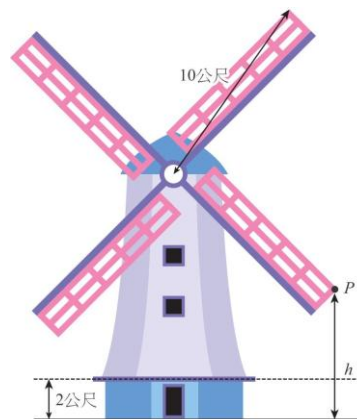
一圈需時 30 分鐘，最低點離地面 2 公尺。令風車翼片的一個端點 P 從離地面最近的點開始旋轉，若 P 從離地面最近的距離 h (公尺) 與時間 t (分) 之間的函數關係是

$h(t) = a \sin(bt + c) + d$ ，其中 $a > 0$ ， $b > 0$ ， $-\pi < c < \pi$ 。

則 $h(t)$ 應為下列一個選項？

- (1) $10\sin(30t) + 2$ (2) $10\sin(30t - \frac{\pi}{2}) + 12$ (3) $10\sin(\frac{\pi}{15}t + \frac{\pi}{2}) + 12$

- (4) $10\sin(\frac{\pi}{15}t) + 12$ (5) $10\sin(\frac{\pi}{15}t - \frac{\pi}{2}) + 12$



二、多選題(每題 8 分，每答錯一個選項扣 3 分，錯三個選項(含)以上或未作答得 0 分，共 24 分)

4. (④) 下列選項中的式子，哪些的值大於 $\frac{1}{4}$ ？

- (1) $\frac{1}{2} - \cos^2 110^\circ$ (2) $8\cos^3 110^\circ - 6\cos 110^\circ - 1$ (3) $\sqrt{\frac{1 + \cos 350^\circ}{2}}$ (4) $\sin 80^\circ \cos 80^\circ$

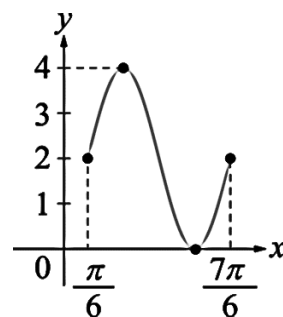
- (5) $\sin 40^\circ \cos 50^\circ - \sin 310^\circ \sin 230^\circ$

5. (⑤) 有關函數 $y = f(x) = 2\sin 2x - 3\cos 2x + 5$ 之圖形，下列敘述何者正確？

- (1) 週期 $= \pi$ 。 (2) 振幅 $= 5$ 。
 (3) 與 x 軸之交點有無限多個。
 (4) $y = f(x)$ 的圖形對稱於點 $(\frac{\theta}{2}, 5)$ ，其中 $\sin \theta = \frac{3}{\sqrt{13}}$ ， $\cos \theta = \frac{2}{\sqrt{13}}$ 。
 (5) $y = f(x)$ 的圖形對稱於直線 $x = \frac{3\pi}{4} + \frac{\theta}{2}$ ，其中 $\sin \theta = \frac{3}{\sqrt{13}}$ ， $\cos \theta = \frac{2}{\sqrt{13}}$ 。

6. (⑥) 坐標平面上，若函數 $y = f(x) = a\sin(bx - c) + d$ 的部分圖形如下圖，其中 a, b, c, d 均為正數，且 $0 < c < \pi$ 。下列敘述何者正確？

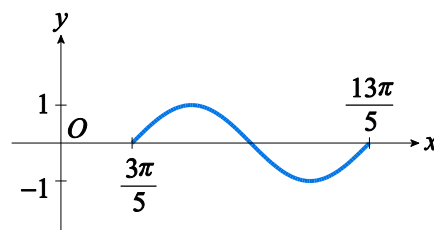
- (1) a, b, d 皆為偶數
 (2) $c = \frac{\pi}{6}$
 (3) $y = f(x)$ 的圖形通過 $(0, 1)$
 (4) 在區間 $[0, \pi)$ 中滿足方程式 $f(x) = \frac{3}{2}$ 的所有實數 x 之和為 $\frac{5\pi}{6}$
 (5) $y = f(x)$ 的圖形可由 $y = 2\cos^2 x$ 的圖形經適當（上下、左右）平移得到



三、填充題： 第一部份(每題 8 分，共 32 分) (答案為分數形式的，皆須以最簡分數填答)

A. 已知下圖為函數 $y = \sin(x + h)$ 一個週期的圖形，其中 $0 < h < 2\pi$ ，求

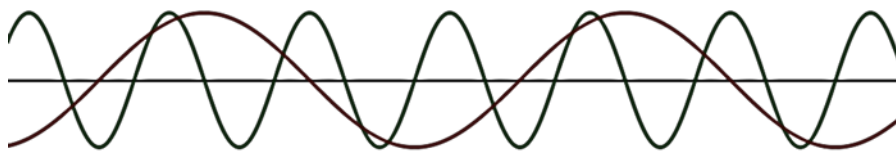
$h = \frac{\textcircled{7}}{\textcircled{8}} \pi$ 。



B. 在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB}=9$ ， $\overline{AC}=5$ ， $\angle ACB=2\theta$ ， $\angle ABC=\theta$ ，求 $\cos \frac{\theta}{2}$ 的值 = $\frac{\sqrt{\textcircled{9}\textcircled{10}}}{\textcircled{11}\textcircled{12}}$ 。

(化為最簡根式)

C. 下圖為 $y = \sin 3x$ 與 $y = \sin(x + \frac{\pi}{6})$ 的部分圖形，則 $y = \sin 3x$ 與 $y = \sin(x + \frac{\pi}{6})$ 的圖形在 $0 \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$ 的範圍中有 ⑬ 交點。



D. 設 $x \geq 0$ ，方程式 $3\sin x - \sqrt{3}\cos x = \sqrt{6}$ 的解從小到大依序為 $x = \theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4 \dots$ ，

則 $\theta_4 = \frac{\textcircled{14}\textcircled{15}}{\textcircled{16}\textcircled{17}} \pi$ 。

四、填充題：第二部份(每題 4 分，共 16 分) (答案為分數形式的，皆須以最簡分數填答)

E. 將 $y = \cos x$ 的圖形先以 y 軸為基準線，水平伸縮為原來的 $\frac{5}{2}$ 倍，再往左平移 $\frac{1}{2}$ 單位，之後再往上平移 $\frac{5}{6}$ 單位，最後再以 x 軸為基準線，鉛直伸縮為原來的 $\frac{3}{2}$ 倍可得新圖形 $y = a \cos(bx + c) + d$ ，

其中 $a > 0$ ， $b > 0$ ， $0 < c < 1$ ，則數對 $(b, c, d) = (\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}, \frac{\textcircled{20}}{\textcircled{21}}, \frac{\textcircled{22}}{\textcircled{23}})$ 。

F. 已知 $-\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{5\pi}{6}$ ，若 $f(x) = \cos 2x - \sin x$ 的最大值為 M ，最小值為 m ，則 $M+m = \frac{\textcircled{24} \textcircled{25}}{\textcircled{26}}$ 。

G. 坐標平面上，已知圓 C 的圓心落在直線 $L: x-3y-6=0$ 上，若過圓 C 外一點 P 且點 P 在直線 L 上可作出兩條切線 L_1 與 L_2 ，當切線 L_1 的斜率為 3 時，切線 L_2 的斜率為 $\frac{\textcircled{27} \textcircled{28}}{\textcircled{29} \textcircled{30}}$ 。

H. 已知 $\triangle ABC$ 三邊的長為 $\overline{AB} = 5, \overline{BC} = 6, \overline{AC} = 7$ 。若 P 點與 Q 點分別在 $\overline{BC}$ 與 $\overline{AC}$ 上，

則 $\overline{AP} + \overline{PQ}$ 的最小值為 $\frac{\textcircled{31} \textcircled{32} \sqrt{\textcircled{33}}}{\textcircled{34}}$ 。(化為最簡根式)

五、混合題：(共 13 分，請將答案填寫於答案卷上，非選擇題必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。)

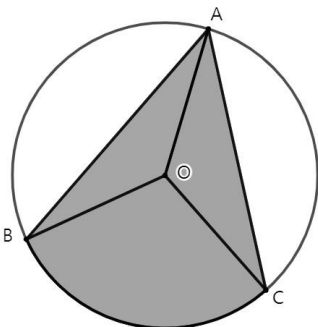
I. 已知圓 O 的半徑是 10，圓上任取三點 A, B, C ，如下圖所示，且 $\angle BAC = \frac{\pi}{3}$ 。

試回答下列問題。

(1) 在陰影區域中的扇形 OBC 面積 = _____。(填充題，4 分)

(2) 若 $\angle AOB = \theta$ 且 $\frac{\pi}{3} < \theta < \pi$ ，則 $\triangle AOB$ 面積 + $\triangle AOC$ 面積為何？(以 $a \sin(\theta + b)$ 表示，其中 $a > 0$ ， $-\pi < b < \pi$) (非選擇題，5 分)

(3) 陰影區域的最大面積是多少？又此時 θ 是多少徑？(非選擇題，4 分)



桃園市立武陵高中 114 學年度第一學期高二數學第一次期中考答案卷

範圍：龍騰版數學 3A 第 1~4 單元

班級：

座號：

姓名：

五、混合題：(共 13 分，非選擇題必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。)

(1) (填充題，4 分)

(2) (非選擇題，5 分)

(3) (非選擇題，4 分)

桃園市立武陵高中 114 學年度第一學期高二數學第一次期中考答案卷

範圍：龍騰版數學 3A 第 1~4 單元

班級：

座號：

姓名：

五、混合題：(共 13 分，非選擇題必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。)

(1) (填充題，4 分)

$$\frac{100\pi}{3}$$

(2) (非選擇題，5 分)

$\triangle AOB$ 面積+ $\triangle AOC$ 面積

$$= \frac{1}{2} \times 10^2 \times \sin \theta + \frac{1}{2} \times 10^2 \times \sin \left(\frac{4\pi}{3} - \theta \right) \cdots (2 \text{ 分})$$

$$= 50 \times \sin \theta + 50 \times \left(\frac{-\sqrt{3}}{2} \cos \theta + \frac{1}{2} \sin \theta \right) \cdots (1 \text{ 分})$$

$$= 50 \times \left(\frac{-\sqrt{3}}{2} \cos \theta + \frac{3}{2} \sin \theta \right) \cdots (1 \text{ 分})$$

$$= 50\sqrt{3} \sin \left(\theta - \frac{\pi}{6} \right) \cdots (1 \text{ 分})$$

(3) (非選擇題，4 分)

$$\because \frac{\pi}{3} < \theta < \pi \Rightarrow \frac{\pi}{6} < \theta - \frac{\pi}{6} < \frac{5\pi}{6}, \cdots (1 \text{ 分})$$

$$\therefore \text{當 } \theta - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} \text{ 時, } 50\sqrt{3} \sin \left(\theta - \frac{\pi}{6} \right) \text{ 之最大值} = 50\sqrt{3} \cdots (1 \text{ 分})$$

$$\text{故最大面積為 } \frac{100\pi}{3} + 50\sqrt{3} \cdots (1 \text{ 分})$$

$$\text{此時 } \theta = \frac{2\pi}{3} \cdots (1 \text{ 分})$$

114 高二上第一次數 A 期中考答案

1. 4

2. 3

3. 5

4. 123

5. 145

6. 14

A. $\frac{7}{5}$ B. $\frac{\sqrt{95}}{10}$ C. 5 D. $\frac{35}{12}$ E. $\left(\frac{2}{5}, \frac{1}{5}, \frac{5}{4}\right)$ F. $\frac{-7}{8}$ G. $\frac{-9}{13}$ H. $\frac{20\sqrt{6}}{7}$

J. (1) $\frac{100\pi}{3}$ (2) $50\sqrt{3}\sin(\theta - \frac{\pi}{6})$ (3) $\frac{100\pi}{3} + 50\sqrt{3}$, $\theta = \frac{2\pi}{3}$