102—120

國立武陵高級中學 106 學年度第 2 學期期末考試題　高一數學科

試題範圍：2-3 二項式定理～3-3 條件機率與貝氏定理

一、單選題：（每題 4 分，共 8 分）

(　　) 1. 擲一枚均勻硬幣，若連續三次出現同一面就停止，設：

a 為恰好投擲三次停止的機率；

b 為在第一次是正面的情況下，恰好在第四次停止的條件機率；

c 為在第一、二次都是正面的情況下，恰好在第五次停止的條件機率；

則下列哪一個選項是正確的？

(A) $a=b=c$　(B) $a>b=c$　(C) $a<b<c$　(D) $a<b=c$　(E) $a>b>c$

(　　) 2. 擲一顆公正的骰子兩次，其點數為 a,b，求 $x^2+ax+b=0$ 有實根 α,β，且 $\alpha^2+\beta^2<11$ 的機率為何？

(A) $\frac{1}{36}$　(B) $\frac{3}{36}$　(C) $\frac{5}{36}$　(D) $\frac{7}{36}$　(E) $\frac{9}{36}$

二、多重選擇題：（每題 7 分，共 14 分）

（錯一個選項得 5 分，錯兩個選項得 2 分，錯三個選項以上或未作答則得 0 分）

(　　) 1. 設 A，B，C 為樣本空間 S 中的三個事件，判斷下列哪些選項正確？

(A) $0<P(A)<1$

(B) 若 $P(A)=P(B)$，則 $A=B$

(C) 若 $P(A|B)=0.5$ 且 $P(B|C)=0.5$，則 $P(A|C)=0.25$

(D) 若 $P(A\cup B)\geq P(A)+P(B)$，則 A 與 B 為互斥事件

(E) 若 $P(A)=0.2$，$P(B)=0.5$，$P(C)=0.6$，則 $P(A\cap B\cap C)\geq 0.3$

(　　) 2. 今從裝有 5 個黑球、4 個白球、3 個紅球的袋中連續取球，每次取出一球且取後不放回. 設 A_i 表第 i 次取出的球為黑球，B_i 表第 i 次取出的球為白球，$i=1,2,3,4,\cdots\cdots,8,9$，則下列選項何者正確？

(A) $P(A_3)>P(A_8)$　(B) $P(B_4)=P(B_7)$　(C) $P(A_3\cap B_4)=\frac{5}{33}$

(D) $P(\text{黑球最先取完})=\frac{7}{12}$　(E) $P(\text{紅球最先取完})=\frac{25}{56}$

三、填充題：（共 64 分，答對格數與對應得分如下表）

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
得分	10	20	28	36	42	48	52	56	60	62	64

1. 甲袋有 2 紅球 3 白球，乙袋有 3 紅球 4 白球，今於甲袋任選 2 球放入乙袋，再於乙袋任選 2 球放置桌上，已知桌上有 2 紅球，則此 2 紅球中至少有一球來自甲袋的機率為________

2. 已知 $P(A'\cap B')=\dfrac{1}{5}$，$P(A\cap B')=\dfrac{3}{10}$，$P(A)=\dfrac{1}{2}$，則 $P(B)=$________

3. 若 $C_0^{18}C_{12}^{30}+C_1^{18}C_{13}^{30}+C_2^{18}C_{14}^{30}+\cdots+C_{18}^{18}C_{30}^{30}=C_n^m$，$m>20$，則 $m+n=$________

4. 在 $(\sqrt{x}-\dfrac{2}{\sqrt[3]{x}})^{11}$ 的展開式中，x^3 項的係數為________

5. <u>晴晴</u>、<u>亮亮</u>與另 5 名同學共 7 人欲分成 3 組，每組人數可為 1 至 3 人，若每一種分組情形發生的機會均等，則<u>晴晴</u>與<u>亮亮</u>不同組的機率為________

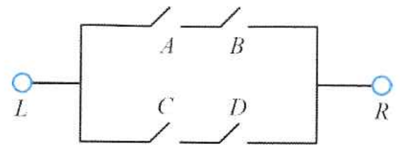
6. 設 $\left(x^2-2x-2\right)^5$ 除以 $\left(x-1\right)^3$ 的餘式為 $r(x)$，則 $r(2)=$________

7. 若 n 為自然數，一袋中有綠球 $4n$ 個，白球 $2n$ 個，從中隨機取出 2 個，若取得同色球之機率為 P_1，取得異色球之機率為 P_2，且 $\dfrac{P_1}{P_2}=\dfrac{59}{48}$，則 $n=$________

8. 某工廠生產 10 個產品中有 4 個不良品，今逐個檢查，每個產品被取中的機率均等，則檢查到第 5 個時出現第 3 個不良品之機率為________

背面有題

9. 在右邊的電路圖中有 4 個開關，以 A、B、C、D 表示，電流通過各個開關的機率依次為 $\frac{1}{2}$、$\frac{1}{3}$、$\frac{1}{4}$、$\frac{1}{5}$，每一開關彼此互不影響，試求在某一瞬間，電流能從左端 L 通到右端 R 的機率為 ______



10. 晴晴想蒐集 Tomica 的某款絕版模型車，恰好在其住家附近的 A，B 兩間商店均有販售。今日晴晴放學後帶著 1500 元的積蓄，計畫按照 A，B 的順序至兩間商店各一次選購後隨即回家。若 A 商店現有 5 台，B 商店現有 4 台該款絕版模型車，並均以每台定價 300 元販售。當晴晴進入每間商店時，只要在其當下的購買能力範圍內，每一種可能購買數量**（包含不買）**發生的機會均等，則晴晴回家時花光所有積蓄的機率為 ______

11. 甲乙兩人競選主席，最終甲得 10 票，乙得 6 票，在開票的唱票過程中，甲得票數始終大於乙的機率為 ______ （投票方式採無記名，且過程中沒有廢票）

四、計算問答題：（共 14 分，未寫計算過程不予計分）

1. 已知 $\log 2 \approx 0.3010$，$\log 3 \approx 0.4771$，則滿足 $27 - 9C_1^n + 3C_2^n - \cdots + \frac{(-1)^n}{3^{n-3}} C_n^n < \frac{1}{200}$ 之最小正整數 n 為多少？（9 分）

2. 設 A，B，C 為樣本空間 S 中的三個事件，且皆非空事件，若

(1)事件 A，B 獨立 (2)事件 B，C 獨立 (3)事件 $A \cap B$，C 獨立 (4) 事件 $A \cap C$，B 獨立

皆成立，能否依此推論出事件 A，B，C 獨立？若能，試證之；若否，試舉出一反例。(5 分)

背面有題

國立武陵高級中學 106 學年度第 2 學期期末考試題　高一數學科

試題範圍：2-3 二項式定理～3-3 條件機率與貝氏定理　　　____班 ____號 姓名________

一、單選題：
（每題 4 分，共 8 分）

1.	2.

二、多重選擇題：
（每題 7 分，配分方式：7/5/2/0/0/0）

1.	2.

三、填充題：（共 64 分，答對格數與對應得分如下表）

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
得分	10	20	28	36	42	48	52	56	60	62	64

1.	2.	3.	4.
5.	6.	7.	8.
9.	10.	11.	

四、計算問答題：（共 14 分，未寫計算過程不予計分）

1. （9 分）	2. （5 分）

國立武陵高級中學 106 學年度第 2 學期期末考試題　高一數學科

試題範圍：2-3 二項式定理～3-3 條件機率與貝氏定理　　＿＿班 ＿＿號 姓名＿＿＿＿＿＿

一、單選題：

（每題 4 分，共 8 分）

1.	2.
B	C

二、多重選擇題：

（每題 7 分，配分方式：7/5/2/0/0/0）

1.	2.
D	BCE

三、填充題：（共 64 分，答對格數與對應得分如下表）

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
得分	10	20	28	36	42	48	52	56	60	62	64

1. $\frac{5}{11}$	2. $\frac{1}{2}$	3. 78	4. -1320
5. $\frac{26}{35}$	6. 162	7. 18	8. $\frac{1}{7}$
9. $\frac{5}{24}$	10. $\frac{137}{360}$	11. $\frac{1}{4}$	

四、計算問答題：（共 14 分，未寫計算過程不予計分）

1.（9 分）

$$27-9C_1^n+3C_2^n-\cdots+\frac{(-1)^n}{3^{n-3}}C_n^n<\frac{1}{200}$$

$$\Rightarrow\ 1-\frac{1}{3}C_1^n+\frac{1}{9}C_2^n-\cdots+\frac{(-1)^n}{3^n}C_n^n<\frac{1}{5400}$$

$$\Rightarrow\ \left[1+\left(\frac{-1}{3}\right)\right]^n<\frac{1}{5400} \qquad (3分)$$

$$\Rightarrow\ \left(\frac{2}{3}\right)^n<2^{-1}\times3^{-3}\times10^{-2}$$

$$\Rightarrow\ n(\log 2-\log 3)<-(\log 2+3\log 3+2) \qquad (2分)$$

$$\Rightarrow\ (-0.1761)n<-3.7323$$

$$\Rightarrow\ n>\frac{3.7323}{0.1761} \qquad (2分)$$

所以最小正整數 n 為22　(2分)

2.（5 分）

是。

【證】

$\because P(A\cap B)=P(A)P(B)$

由(3)　$P[(A\cap B)\cap C]=P(A\cap B)P(C)$

$\Rightarrow P(A\cap B\cap C)=P(A)P(B)P(C)\ldots\ldots(5)$

(2 分)

由(4)　$P[(A\cap C)\cap B]=P(A\cap C)P(B)$

$\Rightarrow P(A\cap B\cap C)=P(A\cap C)P(B)$

$\Rightarrow P(A)P(B)P(C)=P(A\cap C)P(B)$

$\Rightarrow P(A)P(C)=P(A\cap C)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(6)$

(3 分)

由(1)(2)(5)(6)知：事件 A，B，C 獨立