

範圍:第三章全(排列組合與機率) 班級: 座號: 姓名:

第一、二、三大題請依照題號於電腦答案卡上作答, 第四、五大題請於手寫答案卷上作答

一、多重選擇題(每題8分, 錯一個選項得5分, 錯兩個選項得2分, 其餘不給分)

1. () 下列敘述何者正確?

(1) $\frac{P_6^{10}}{C_6^{10}} = 720$

(2) $C_5^{10} + C_6^{10} = C_5^{11}$

(3) $C_0^3 + C_1^4 + C_2^5 + C_3^6 + \dots + C_7^{10} = 165$

(4) $C_0^{10} + C_2^{10} + C_4^{10} + C_6^{10} + C_8^{10} + C_{10}^{10} = 512$

(5) $C_0^7 - 2C_1^7 + 4C_2^7 - 8C_3^7 + \dots - 128C_7^7 = 1$

2. () 以下有四種從袋中取球的方式, 設每次取球時, 袋中每顆球被取出的機率均相等:

A: 袋中有4顆相同的白球、3顆相同的黑球, 一次從袋中取出兩顆球紀錄顏色。

B: 袋中有4顆不同的白球、3顆不同的黑球, 一次從袋中取出兩顆球紀錄顏色。

C: 袋中有4顆相同的白球、3顆相同的黑球, 從袋中取出一球並記錄顏色後不放回, 再從袋中取出一球紀錄顏色。

D: 袋中有4顆相同的白球、3顆相同的黑球, 從袋中取出一球並記錄顏色後放回, 再從袋中取出一球紀錄顏色。

若考慮上述各種取球方式中, 取出的兩個球顏色不同(不需區分先後順序)的機率, 分別記作 P_A 、 P_B 、 P_C 、 P_D ; 並將取出的白球數量期望值分別記作 E_A 、 E_B 、 E_C 、 E_D , 則下列敘述何者正確?

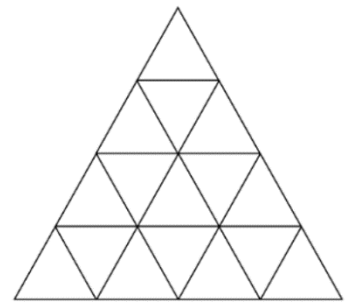
(1) $P_A = P_B$ (2) $P_A = P_C$ (3) $P_A = P_D$ (4) $E_A = E_C$ (5) $E_A = E_D$

3. () 高一某班級共有40人, 浪愛社對此班級做問卷調查班上養狗與養貓的人數. 從問卷資料可知此班級有27人有養狗, 而16人有養貓. 若同時有養狗與養貓的人數為 a ; 有養狗但沒有養貓的人數為 b ; 有養貓但沒有養狗的人數為 c ; 沒有養狗也沒有養貓的人數為 d . 請選出正確的選項. (1) a 可能為0 (2) d 可能為0 (3) $b > a$ (4) $c = 16 - a$ (5) $c + d = 13$

二、選填題（每題 6 分）

- A. 選填題的每個格子分別有 $1\sim 9$ 、 0 、 $-$ 、 \pm 這 12 種可能性，但在符合填答格式的答案當中， 0 不能被放在最前面， $-$ 及 \pm 只能被放在最前面。若本題答案為 3 格，且出題老師大放送告訴你第二格要填 1，請問本題尚有 ④⑤⑥ 種符合填答格式的答案。（僅考慮符合填答格式與否，例如 -43 、 520 都是符合填答格式的答案，但 024 就不是）
- B. 已知兩個集合 $A = \left\{ 2, 4, a^2 - \frac{5}{2}a \right\}$ 、 $B = \{ a, a + 2, k \}$ ，其中 a 、 k 為實數，若 $A = B$ ，則所有可能 k 的和為 ⑦。
- C. 有一個 200 毫升的小杯子及一個 500 毫升的大杯子，若每次取一個杯子裝滿水後注入一個容量為 2200 毫升的水桶，則在需考慮裝水的順序之下，有 ⑧⑨ 種方式可以恰好裝滿這個水桶。（水不可滿出來）
- D. 在 $\left(\frac{1}{\sqrt{x}} - 2x^2 \right)^{10}$ 的展開式中，常數項為 ⑩⑪⑫。

- E. 由右圖中的這些線條，總共可以決定 ⑬⑭ 個平行四邊形。



三、題組（每題 6 分）

霍元甲、孔乙己、薑丙人、阿拉丁 4 個男生，跟 小 A 辣、哆啦 B 夢、C 度瑞拉、D 搭滴 4 個女生是高中同班同學，試回答下列問題：

- F. 武陵高中 70 週年校慶舉辦泡泡足球大賽，規定上場人數為 5 人，且 5 人中至少 2 男 1 女。這 8 位同學想要報名，而 霍元甲 是主力球員，一定要上場比賽，則有 ⑮⑯ 種上場組合方式。

- G. 社團時間到了，8 人參加同一個社團，社團規定玩遊戲時只能有 5 個人下場玩，且必須排成一直列，因為 C 度瑞拉 與 D 搭滴 都是嗨咖可以帶氣氛，所以兩個人至少要有一個人下去玩。但其實兩人私下有心結，所以她們排隊時並不會相鄰，如此一來，會有 ⑰⑱⑲⑳ 種排列方式。
- H. 上國文課時，國文老師教了一個繞口令「牛郎年年戀劉娘，劉娘年年念牛郎」，搞怪的阿拉丁此時心裡想：「從這 14 個字中任選 4 個字，會有 ㉑㉒㉓ 種組合數。」
- I. 假日到了，8 人想出去遊玩，便招了三輛不同的計程車，若每輛計程車最多只能載 3 個乘客，若 孔乙己 既不想與 小 A 辣 坐同一輛，也不想與 哆啦 B 夢 坐同一輛，若不考慮車中的座位位置，有 ㉔㉕㉖ 種坐車的方法。
- J. 霍元甲、孔乙己、薑丙人、小 A 辣、哆啦 B 夢、C 度瑞拉 六人相約去買每杯 50 元的飲料，其中三個男生各帶了一個 50 元的硬幣，三個女生則各帶了一張 100 元的紙鈔。若每人買一杯並且各自付錢，而店員剛好沒有任何其他零錢可供找零，則此六人可以順利付錢的順序有 ㉗㉘㉙ 種。
(需要先有人付了 50 元的硬幣，付 100 元的人才會有零錢可以找)
- K. 網路上男生間流傳著「小便斗理論」，許多人倡導「男生的國際禮儀就是上小便斗至少要隔一格」。今天 霍元甲、孔乙己、薑丙人 3 個男生一起去巨城百貨公司逛街，去上廁所時發現居然有一整排 12 個小便斗，而且已經有個男人在使用其中一個(如下圖)，若他們相約要遵守上述男生的國際禮儀，則有 ㉚㉛㉜ 種分配小便斗的方法。

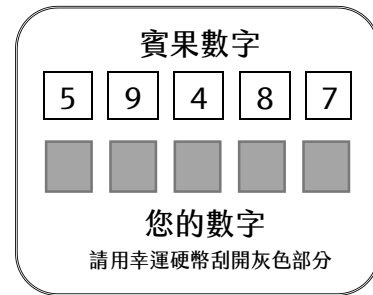


四、計算題（每小題 5 分，共 10 分）

1. 孫戊空買了一張刮刮樂，如右圖：

此張刮刮樂兌獎規則如下：

刮開下方「您的數字」，每個位置的數字可以跟正上方的「賓果數字」做比較，共有下列三種獎項：		
獎項	條件	獎金
特大獎	五個位置的上下數字全部一樣	10000 元
頭獎	其中恰四個位置上下數字一樣	4000 元
好彩頭獎	其中恰三個位置上下數字一樣	1000 元
※獎項不得重複領取，以獎金高的獎項為主		



(1) 若灰色部分每一格只會出現 0~9 的數字，而且每個數字出現的機率均等（數字可以重複出現），試求此張刮刮樂中好彩頭獎的機率。

(2) 若一張刮刮樂售價 50 元，對孫戊空而言，試求此張刮刮樂的期望值。

五、加分題（5 分，若此張考卷總分超過 100 分，以 100 分登記）

1. 設下列符號皆有意義，試敘述一種情境說明 $C_{10}^{2025} C_{20}^{2015} C_{30}^{1995} = C_{30}^{2025} C_{20}^{1995} C_{10}^{1975}$ 恆成立。

範圍:第三章全(排列組合與機率)

班級: 座號: 姓名:

四、計算題(每小題5分,共10分)

請清楚標明題號並詳列計算過程

五、加分題(5分,若此張考卷總分超過100分,以100分登記)

1. 設下列符號皆有意義,試敘述一種情境說明 $C_{10}^{2025} C_{20}^{2015} C_{30}^{1995} = C_{30}^{2025} C_{20}^{1995} C_{10}^{1975}$ 恆成立。

範圍:第三章全(排列組合與機率)

班級: 座號: 姓名:

一、多重選擇題

1. 124 2. 1245 3. 245

二、選填題

A. 110 B. 5 C. 34 D. 180 E. 45

三、題組

F. 34 G. 5040 H. 127 I. 900 J. 180 K. 240

四、計算題(請閱卷老師自行斟酌給分,建議配分如下)

1. (1) $\frac{C_3^5 \cdot 9 \cdot 9}{100000} = \frac{81}{10000}$ (5分)

(2) 特大獎機率 $\frac{1}{100000}$ (1分); 頭獎機率 $\frac{45}{100000} = \frac{9}{20000}$ (2分); 好彩頭獎機率 $\frac{81}{10000}$

獎金期望值 = $10000 \times \frac{1}{100000} + 4000 \times \frac{9}{20000} + 1000 \times \frac{81}{10000} = 10$ (1分)

刮刮樂期望值 = $10 - 50 = -40$ 元 (1分)

五、加分題(共5分,請閱卷老師自行斟酌給分)

1. (參考答案)2025人中,先選10人出來,再選20人出來,最後選30人出來的方法數跟先選30人出來,再選20人出來,最後選10人出來的方法數會一樣。