

國立武陵高中 106 學年度第一學期高二自然組數學科第一次期中考

範圍：第三冊第一章全

一、填充題：

第一部份：每格 7 分，共 56 分

1. 若  $\frac{\sin \theta + \cos \theta}{3 \cos \theta - \sin \theta} = 3$ ，求  $\tan \theta =$  \_\_\_\_\_。

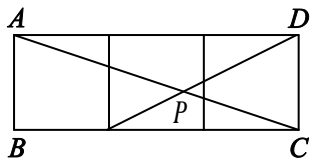
2. 設  $0 \leq \theta \leq \pi$ ，且  $2 \sin^2 \theta + \cos \theta - 1 = 0$ ，試求  $\theta =$  \_\_\_\_\_。

3. 計算  $\sin 23^\circ \cos 112^\circ - \sin 292^\circ \sin 67^\circ =$  \_\_\_\_\_。

4. 設有向角  $\theta$  以原點為頂點，以  $x$  軸正向為始邊。若  $\theta$  的終邊上有一點  $P(-3, 6\sqrt{2})$ ，計算數對  $(\sin \frac{\theta}{2}, \cos 3\theta) =$  \_\_\_\_\_。

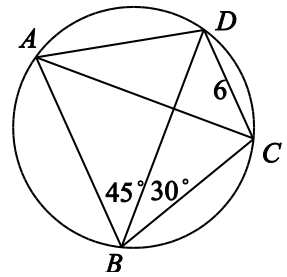
5. 已知  $\cos 28^\circ 40' = 0.8774$ ， $\cos 28^\circ 50' = 0.8760$ ，若  $\sin \theta = 0.8767$ ，且  $\theta$  是銳角，求  $\theta =$  \_\_\_\_\_。

6. 將三個大小相同的正方形排成一列，如圖所示，試求  $\angle APD =$  \_\_\_\_\_。



7. 國慶日總統在司令台上參觀閱兵大典時，觀測到在司令台的北  $34^\circ$  西，仰角  $60^\circ$  的方向發現有一架阿帕契直昇機以每小時 120 公里的速度由西往東等速前進。3 分鐘後，觀測到該直昇機在司令台的東  $34^\circ$  北，仰角  $30^\circ$  的方向。試問阿帕契直昇機的飛行高度為 \_\_\_\_\_ 公里。(不計司令台高度)

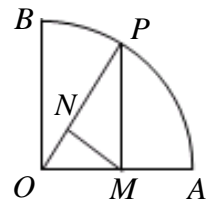
8. 如右圖，四邊形  $ABCD$  為圓內接四邊形，若  $\angle DBC = 30^\circ$ ，  
 $\angle ABD = 45^\circ$ ， $\overline{CD} = 6$ ，求  $\overline{AC}$  的長 = \_\_\_\_\_。



第二部分：每格 5 分，共 20 分

9. 坐標平面上有三點  $A, B, C$  其極坐標分別為： $A[4, 12^\circ], B[r, 42^\circ], C[2\sqrt{6}, 87^\circ]$ ，其中  $r$  為正實數。若  $A, B, C$  三點共線，則  $r$  值為\_\_\_\_\_。

10. 如圖，扇形  $OAB$  中， $\angle AOB = 90^\circ$ ， $\overline{OA} = \overline{OB} = 1$ ， $P$  是  $AB$  上的動點， $\overline{PM} \perp \overline{OA}$  於  $M$ ，  
 $\overline{MN} \perp \overline{OP}$  於  $N$ ，已知  $\angle AOP = 67.5^\circ$ ，試求  $\overline{NP} + \overline{NM} =$ \_\_\_\_\_。



11. 中央氣象局於早上 8 點發布天氣預報表示，目前絨毛颱風中心位置在鵝鑾鼻燈塔東南方  $200\sqrt{3}$  公里的海面上，暴風半徑為  $100\sqrt{3}$  公里，並以每小時 20 公里的速度，向著西  $15^\circ$  北的方向前進。但氣象局於同日晚上 6 點發現，原本保持固定行進方向的絨毛颱風，忽然改變路徑，朝向北  $30^\circ$  東的方向前進。假設暴風半徑、速度及此後颱風的行進方向皆維持不變，則鵝鑾鼻燈塔從進入暴風圈直到脫離暴風圈，總共歷時\_\_\_\_\_小時。

12.  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = 5, \overline{BC} = 7, \overline{AC} = 6$ ，在  $\overline{AB}, \overline{AC}$  邊上分別取  $D, E$  兩點，使得  $\triangle ADE$  與四邊形  $DBCE$  的面積相等，求  $\overline{DE}$  的最小值為\_\_\_\_\_。

二、證明題：每題 8 分，共 8 分

1. 已知  $\theta$  是銳角，試證明：
$$\frac{1 + 2 \sin \theta \cos \theta}{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta} = \frac{1 + \tan \theta}{1 - \tan \theta}。$$

三、多重選擇題：每題 8 分，共 16 分

(答錯 1 個選項得 5 分；答錯 2 個選項得 2 分；答錯 3 個以上或未作答得 0 分)

- ( ) 1. 已知四個角度  $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$  滿足  $0^\circ < \theta_1 < \theta_2 < \theta_3 < \theta_4 < 360^\circ$ ，且  $|\tan \theta_1| = |\tan \theta_2| = |\tan \theta_3| = |\tan \theta_4| = \frac{1}{2}$ ，則下列哪些選項恆成立？
- (A)  $\sin \theta_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}$
- (B)  $120^\circ < \theta_2 < 135^\circ$
- (C)  $\theta_3 + \theta_4 = 180^\circ$
- (D)  $\sin \frac{\theta_3}{2} = \cos \frac{\theta_1}{2}$
- (E)  $\cos(\theta_2 + \theta_4) = -\frac{3}{5}$ 。
- ( ) 2. 在  $\triangle ABC$  中，下列哪些選項恆成立？
- (A) 若  $\sin A = \sin B$ ，則  $\triangle ABC$  為等腰三角形。
- (B) 若  $\sin A \cos A = \sin B \cos B$ ，則  $\triangle ABC$  為等腰三角形。
- (C) 若  $\sin^2 A + \sin^2 B > \sin^2 C$ ，則  $\triangle ABC$  為銳角三角形。
- (D) 若  $\sin A, \sin B, \sin C$  均小於  $\frac{1}{2}$ ，則  $\triangle ABC$  為鈍角三角形。
- (E) 若  $\sin A : \sin B : \sin C = \frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{4}$ ，則  $\cos A : \cos B : \cos C = -\frac{\sqrt{3}}{2} : \frac{2\sqrt{2}}{3} : \frac{\sqrt{15}}{4}$ 。

國立武陵高中 106 學年度第一學期高二自然組數學科第一次期中考

答案卷

二年\_\_\_\_\_班 座號\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

一、填充題：

第一部份：(每格 7 分，共 56 分)

1.	2.	3.	4.
5.	6.	7.	8.

第二部份：(每格 5 分，共 20 分)

9.	10.	11.	12.
----	-----	-----	-----

二、證明題：(每題 8 分 共 8 分)

1. 已知 $\theta$ 是銳角，試證明： $\frac{1+2\sin\theta\cos\theta}{\cos^2\theta-\sin^2\theta} = \frac{1+\tan\theta}{1-\tan\theta}。$
--

三、多重選擇題：(每題 8 分 共 16 分)

(答錯 1 個選項得 5 分；答錯 2 個選項得 2 分；答錯 3 個以上或未作答得 0 分)

1.	2.
----	----

國立武陵高中 106 學年度第一學期高二自然組數學科第一次期中考

答案卷

二年\_\_\_\_\_班 座號\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

一、填充題：

第一部份：(每格 7 分，共 56 分)

1. 2	2. 0或 $\frac{2}{3}\pi$	3. $\frac{\sqrt{2}}{2}$	4. $(\pm\frac{\sqrt{6}}{3}, \frac{23}{27})$
5. $61^{\circ}15'$	6. $135^{\circ}$	7. $\frac{3}{5}\sqrt{30}$	8. $3\sqrt{6}+3\sqrt{2}$

第二部份：(每格 5 分，共 20 分)

9. $2\sqrt{3}$	10. $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$	11. 10	12. $2\sqrt{6}$
-------------------	-------------------------------	-----------	--------------------

二、證明題：(每題 8 分 共 8 分)

1. 已知 $\theta$ 是銳角，試證明： $\frac{1+2\sin\theta\cos\theta}{\cos^2\theta-\sin^2\theta} = \frac{1+\tan\theta}{1-\tan\theta}$ 。
---

三、多重選擇題：(每題 8 分 共 16 分)

(答錯 1 個選項得 5 分；答錯 2 個選項得 2 分；答錯 3 個以上或未作答得 0 分)

1. DE	2. AD
----------	----------