桃園市立武陵高級中學 110 學年度第二學期第二次期中考二年級數學 A 試題卷

一.多重選擇題(每題全對得 10 分，錯一個選項得 6 分，錯二個選項得 2 分)

1.空間坐標系中有一平面 E 過 $O(0,0,0)$ 、 $A(-2,1,2)$ 、 $B(2,2,1)$ 三點，試選出正確的選項。

(1)平面 E 與平面 $x-2y+2z=1$ 平行

(2)平面 E 與平面 $2x+y-2z=10$ 的銳夾角小於 $60°$

(3)點 $P(3,1,1)$ 到平面 E 的距離為 1

(4)直線 L： $\frac{x}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-2}{2}$ 與平面 E 平行

(5)若點 $Q(3,-2,1)$ 至平面 E 的投影點為 (a,b,c) ，則 $a^2+b^2+c^2=5$ 。

2.關於方程組 $\begin{cases} x-y-z=3 \\ x+y+3z=1 \\ 5x+y+az=b \end{cases}$ 的解，下列哪些選項是正確的?

(1)若方程組有解，則 $a\neq 7$

(2)若 $a=6$ ，則方程組恰一組解

(3)若方程組無解，則 $b\neq 9$

(4)若 $b\neq 9$ ，則方程組無解

(5)若方程組有無限多組解，則行列式 $\begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 3 \\ 5 & 1 & a \end{vmatrix}=0$ 。

3.空間中有一直線 $L:\begin{cases} x=1+5t \\ y=2 \\ z=3-3t \end{cases}, t\in R$ ，則下列有關直線 L 的敘述，哪些是正確的?

(1)L 與 zx 平面平行

(2)L 與 yz 平面垂直

(3)L 與 y 軸平行

(4)L 與 z 軸互為歪斜線

(5)直線 $\begin{cases} 3x+y+5z=20 \\ y=2 \end{cases}$ 與 L 為同一條直線。

二.填充題

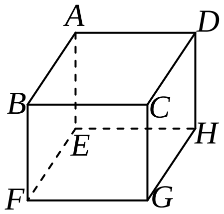
答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8
得分	10	20	30	38	46	52	56	60

1.若矩陣 $A=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 2 & 1\end{bmatrix}$、$B=\begin{bmatrix}2 & 0\\ 1 & -2\end{bmatrix}$，則 $A^2+2AB+B^2=$______。

2.已知直線 $L:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-3}=\dfrac{z-4}{-2}$ 與點 $A(2,1,-2)$，則 A 至直線 L 的投影點坐標為______。

3.如下圖，$ABCD\text{-}EFGH$ 為正立方體，其中直線 $\overleftrightarrow{AC}$ 的方程式為 $\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y-8}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$

，直線 $\overleftrightarrow{FH}$ 的方程式為 $\dfrac{x+3}{-3}=\dfrac{y+7}{2}=\dfrac{z-6}{4}$，試問：此正立方體的邊長為______。

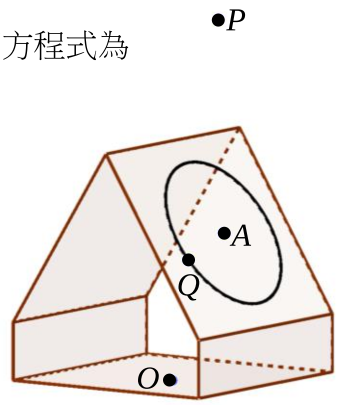


4.設直線 $L:\begin{cases}3x+y-z+1=0\\ x+y+z=0\end{cases}$，平面 $E:2x-y-3z+1=0$，若平面 F 包含直線 L 且與平面 E 垂直，則平面 F 的方程式為______。

5.已知矩陣 A 滿足 $A\times\begin{bmatrix}1\\2\\3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5\\2\\5\end{bmatrix}$，$A\times\begin{bmatrix}4\\6\\2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3\\7\\5\end{bmatrix}$，$A\times\begin{bmatrix}5\\1\\4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}6\\7\\8\end{bmatrix}$；試求 $A\times\begin{bmatrix}5 & 10\\ 8 & 2\\ 5 & 8\end{bmatrix}=$______。

6.已知空間中兩直線 $L_1:\begin{cases}x=1+t\\ y=-2+3t\,,\,t\in R\\ z=-1+2t\end{cases}$，$L_2:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-3}{4}=\dfrac{z+2}{a}$，若 L_1 與 L_2 交於一點，則包含 L_1 與 L_2 的平面方程式為_______。

7.在空中飛行至 $P(9,21,45)$ 的蒼蠅，受到玻璃屋內一顆燈泡吸引，隨即快速朝位在 $O(0,0,0)$ 的燈泡直線飛去，突然碰的一聲撞暈在透亮的玻璃屋頂上一點 Q。雖然頭頂還有星星在打轉，但仍對那顆具有吸引力的燈泡念念不忘，不久便打起精神繼續尋找進入屋內的路徑。於是，在此屋頂上，以一點 $A(-5,3,17)$ 為圓心，$\overline{AQ}$ 長為半徑的圓形路徑上爬行。或許是暈眩感尚未消除，由 Q 開始才繞行 $\frac{1}{4}$ 圈至 C 點時就爬不動了。若此片玻璃屋頂所在的平面方程式為 $x-3y-2z=-48$，試問 C 點的坐標為________。(有兩解)



8.已知 $a,b,c,x_1,y_1,z_1,x_2,y_2,z_2$ 皆為實數，且 $\left(\begin{vmatrix} b & c \\ y_1 & z_1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} c & a \\ z_1 & x_1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} a & b \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix}\right)=(2,3,1)$，

$\left(\begin{vmatrix} b & c \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} c & a \\ z_2 & x_2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} a & b \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix}\right)=(5,($。若空間中，平面 E 方程式為 $ax+by+cz=1$，且原點 O 到平面 E 的距離為 $\frac{\sqrt{6}}{12}$，則 abc 的值為______。

三.混合題(共 10 分)

設 A、B、C、X 皆為二階方陣，且 $C=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$，試回答下列問題：

1.若 $XC=CX$，則 X 可能為下列哪些矩陣?(全對得 4 分，錯一個選項得 2 分)

(1) $\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ (2) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ (3) $\begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 6 & -2 \end{bmatrix}$ (4) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (5) $\begin{bmatrix} a & b \\ 2b & a \end{bmatrix}$。 **(4 分)**

2.若 $AC=CA$ 且 $BC=CB$，試證：$AB=BA$。 **(6 分)**

桃園市立武陵高級中學 110 學年度第二學期第二次期中考二年級數學 A 答案卷

班級：__________ 座號：_________ 姓名：__________________

一.多重選擇題(每題全對得 10 分，錯一個選項得 6 分，錯二個選項得 2 分)

1.	**2.**	**3.**
(1)(3)(5)	(2)(3)(5)	(1)(4)(5)

二.填充題

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8
得分	10	20	30	38	46	52	56	60

1.	**2.**	**3.**	**4.**
$\begin{bmatrix} 17 & -4 \\ 14 & 5 \end{bmatrix}$	$(3,-1,2)$	$3\sqrt{30}$	$7x+5y+3z+1=0$
5.	**6.**	**7.**	**8.**
$\begin{bmatrix} 8 & 12 \\ 9 & 14 \\ 10 & 16 \end{bmatrix}$	$13x-5y+z=22$	$(-5-\sqrt{14},3+\sqrt{14},17-2\sqrt{14})$ 或 $(-5+\sqrt{14},3-\sqrt{14},17+2\sqrt{14})$ **(全對才給分)**	±16

三.混合題(共 10 分)

1. (全對得 4 分，錯一個選項得 2 分)

(2)(3)(4)(5)

2. (6 分)

設 $A=\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 2b & a \\ 2d & c \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} c & d \\ 2a & 2b \end{bmatrix} \Rightarrow a=d, c=2b$ **<u>(3 分)</u>**

所以 $A=\begin{bmatrix} a & b \\ 2b & a \end{bmatrix}$

同理可設 $B=\begin{bmatrix} x & y \\ 2y & x \end{bmatrix} \Rightarrow AB=\begin{bmatrix} ax+2by & ay+bx \\ 2bx+2ay & 2by+ax \end{bmatrix}=BA$ **(3 分)**

故 $AB=BA$