

市立武陵高中 111 學年度第二學期高二數學 A 第一次期中考試題卷

一、單選題：(本題 6 分，答錯不倒扣)

1. 設 r, s, t 均為異於零的實數。已知空間中三個向量 $\vec{a} = (1, 2, 3)$, $\vec{b} = (0, -1, 2)$, \vec{c} 滿足 $r\vec{a} + s\vec{b} + t\vec{c} = \vec{0}$ 。則 \vec{c} 可能是下列哪一個選項？ (A) (3, 2, 1) (B) (1, 0, 7)
(C) (0, 4, 3) (D) (5, 2, 0) (E) (1, -1, $\sqrt{2}$)

二、多選題：(每題 9 分，共 18 分。答錯一個選項得 6 分，錯兩個得 2 分，錯三個以上 0 分)

1. 設空間坐標系中三點 $A(3, 2, 1)$, $B(5, 1, -1)$, $C(2, 0, 3)$ ，向量 $\vec{u} = r\vec{AB} + \vec{AC}$ ， r 為實數，請選出正確的選項。(A) 兩向量 \vec{AB} 與 \vec{AC} 夾角為銳角 (B) $\triangle ABC$ 面積小於 4 (C) 向量 \vec{AB} 在 \vec{AC} 上的正射影長小於 1 (D) 若 $|\vec{u}|$ 最小時，則 $r > 0$ (E) 若 \vec{u} 平分 $\angle BAC$ ，則 r 為正整數。

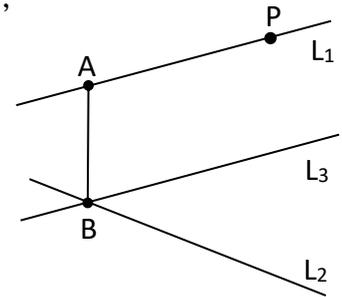
2. 設兩空間向量 $\vec{u} = (a, b, 0)$, $\vec{v} = (c, d, 1)$ 滿足其中 $a^2 + b^2 = c^2 + d^2 = 3$ ，請選出正確的選項。(A) 向量 \vec{u} 與 z 軸垂直 (B) $\vec{u} \cdot \vec{v}$ 的最大值為 $\sqrt{3}$ (C) \vec{u} 與 \vec{v} 的夾角最大為 150° (D) $ad - bc$ 的值可能為 $2\sqrt{3}$ (E) $|\vec{u} \times \vec{v}|$ 的最大值為 $2\sqrt{3}$ 。

三、填充題：(每格 6 分，共 60 分)

1. 設空間中兩向量 $\vec{a}=(6,2,3)$ ， $\vec{b}=(2,-1,0)$ ，則：

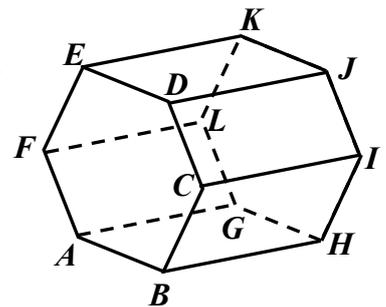
- (1) $|\vec{a} - 2\vec{b}|$ 為_____。(2) 外積 $\vec{a} \times \vec{b}$ 為_____。
 (3) 向量 \vec{a} 在向量 \vec{b} 上的正射影為_____。

2. 如圖，空間中直線 \overleftrightarrow{AB} 分別與兩歪斜線 L_1 、 L_2 垂直於 A 、 B 兩點，直線 L_3 與 L_1 平行，且通過點 B 和 L_2 夾 45° 角。若 $\overline{AB}=5$ 且 L_1 上一點 P 滿足 $\overline{AP}=10$ ，則 P 到 L_2 的最短距離為_____。



3. 設 $a + b + c = -3$ ， $ab + bc + ca = 4$ ，則行列式 $\begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix}$ 的值為_____。

4. 有個八面體，兩側面 $ABCDEF$ 與 $GHIJKL$ 為全等正六邊形，其餘六個面為全等長方形。其中 $\overline{AB} = 2$ ， $\overline{BH} = 3$ ，若向量 \overrightarrow{AK} 與 \overrightarrow{FI} 夾角為 θ ，則 $\cos \theta =$ _____。



5. 已知正四面體 $ABCD$ ，在空間坐標系的坐標分別為 $B(0,0,0)$ ， $C(0,a,b)$ ， $D(0,c,d)$ ，且 $\triangle BCD$ 的重心坐標為 $G(0,4,3)$ ，則 A 點坐標為_____。(有二解)

6. 空間中三向量 \vec{a} 、 \vec{b} 、 \vec{c} 所決定的平行六面體體積為 10，則由 $3\vec{a} - 2\vec{b}$ 、 $5\vec{b} + 3\vec{c}$ 、 $\vec{a} + \vec{c}$ 所決定的平行六面體體積為_____。

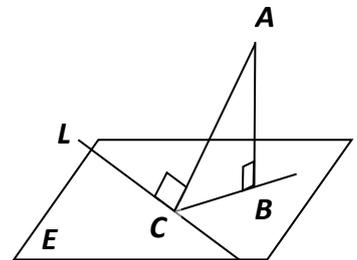
7. 已知空間坐標系中點 $A(3\sqrt{5}, 4, -3)$ 、 $B(2, 3, 1)$ ，動點 P 在 x 軸上，動點 Q 在 y 軸上，則 $\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QB}$ 的最小值為_____。

8. 在四面體 $ABCD$ 中， $\overline{AB} = 8\sqrt{13}$ ， $\overline{AD} = 25$ ， $\overline{BD} = 39$ ， $\overline{CD} = 63$ ， $\cos \angle ADC = \frac{3}{5}$ ， $\cos \angle BDC = \frac{5}{13}$ ，則點 A 到平面 BCD 的距離為_____。

四、計算及證明題：(要有計算過程，每題 8 分，共 16 分。)

1. 設 x 、 y 皆為實數，求 $x^2 + y^2 + (2x - 3y - 14)^2$ 的最小值與此時之數對 (x, y) 為何。

2. 設空間中有一平面 E 、落在 E 上的一條直線 L 及平面 E 的法線 \overrightarrow{AB} 。已知法線 \overrightarrow{AB} 與平面 E 交於點 B ，直線 \overrightarrow{AC} 垂直直線 L 於點 C 且 B 、 C 兩點相異，求證：直線 \overrightarrow{BC} 與直線 L 垂直。



市立武陵高中 111 學年度第二學期高二數學 A 第一次期考答案卷

座號：_____ 姓名：_____

一、單選題：(每題 6 分，共 6 分) 二、多選題：(每題 9 分，共 18 分。9、6、2 或 0 分)

1.	B
----	---

1.	DE	2.	ACE
----	----	----	-----

三、填充題：(每格 6 分，共 60 分)

1.(1)	$\sqrt{29}$	1.(2)	$(3, 6, -10)$	1.(3)	$(4, -2, 0)$
2.	$5\sqrt{3}$	3.	-9	4.	$\frac{3\sqrt{21}}{35}$
5.	$(\pm 5\sqrt{2}, 4, 3)$	6.	90	7.	12
8.	16				

四、計算題：(每題 8 分，共 16 分)

1. 最小值為 14(5 分)， $(x, y) = (2, -3)$ (3 分)

2. 略

