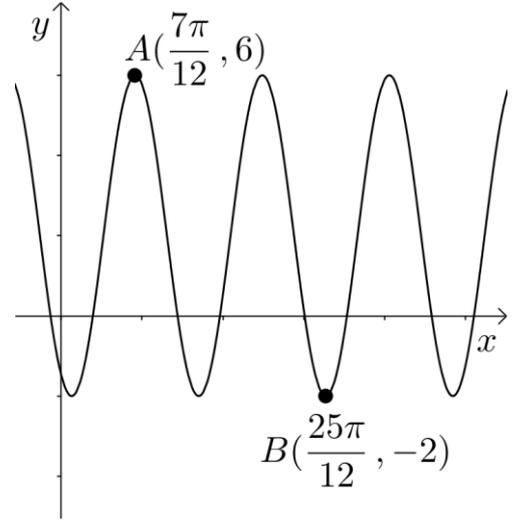


國立武陵高級中學 106 學年度第一學期高三自然組數學科第二次段考題目卷

一、多重選擇題，每題 10 分，錯一個選項扣 4 分，扣完為止，共 20 分。

1.() 右圖為函數 $y = a\sin(bx+c)+d$ 的圖形，其中 A, B 兩點分別是某一波峰與波谷的座標。若 $a < 0, b > 0, 0 < c < \pi$ ，試問下列選項哪些正確？

- (A) 函數週期為 π (B) $a+d=2$ (C) $c=\frac{1}{3}\pi$
 (D) 此函數的圖形可由 $y = a\sin(bx)+d$ 往左平移 $\frac{1}{3}\pi$ 而得
 (E) 直線 $x = \frac{13}{12}\pi$ 是圖形的對稱軸



2.() 下列方程式，那些有實數解？

- (A) $3\sin x - 4\cos x = 2$ (B) $2\cos x + 2\sqrt{3}\sin x = \log_2(x^2 + 4x + 21)$ (C) $\sin x = 2^{|x|}$
 (D) $\sin(\sin x) = 1$ (E) $\tan(\sin x) = 1$

二、填充題，每格 6 分，共 60 分

1. 求 $\cot \frac{4\pi}{3} + \sec \frac{2\pi}{3} + \csc \frac{3\pi}{2} = \underline{\quad(1)\quad}$ 。

2. 已知圓 C 的圓心在 y 軸上,半徑為2。若 $P(a,b)$ 為圓 C 上的動點,且 $4a+3b$ 的最大值為16,

求圓 C 的圓心坐標：(2)。

3. 若 $\sin\theta + \cos\theta = \frac{1}{4}$, 求 $\sec\theta + \csc\theta =$ (3)。

4. 設 $a > 0$, 令 $A(a)$ 表示 x 軸、 y 軸、 $x = a$ 、和函數 $f(x) = 301 + \sin(3x)$ 所圍成的面積, 則

$A(312\pi) - A(306\pi) =$ (4)。

5. 若 $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}\pi$, $f(x) = (1 + \sin x)(1 - \cos x)$, 則當 $x =$ (5)時, $f(x)$ 有最大值(6)。

6. 以 $(0,1)$ 為圓心, 做圓和橢圓 $4x^2 + (y-3)^2 = 16$ 相切, 這樣的圓有好幾個, 求其中最小的圓的半徑為：(7)。

7. 如圖所示， ABC 是以 A 為圓心， $\angle BAC = \frac{\pi}{3}$ 所形成的一個扇形，且 $\overline{AB} = 2$ 。若 D 在 BC 上， E, F 分別為 D 在 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 上的垂足。則 $\triangle DEF$ 面積的最大值為(8)。



8. 設 a, θ 為實數，求 $\sqrt{(-1-a)^2 + (3-0)^2} + \sqrt{[(\cos \theta + 7) - a]^2 + [(\sin \theta + 3) - 0]^2}$ 的最小值：(9)。

9. 若 $0 < x < \frac{\pi}{2}$ ， $\frac{\sec^2 x + \tan x + 3}{\tan x}$ 的最小值為 m ，此時 $\sin x = n$ ，求數對 $(m, n) =$ (10)。

三、計算題，共 24 分

1、試畫圖說明下列方程式各有幾個實數解(各 4 分，共 12 分)

(1) $\sin|x| = \frac{x}{5}$ (2) $\log_3 x = \cos x$ (3) 在 $-\pi \leq x \leq \pi$ 範圍內， $\sec(2x) = -3|x| + 3$

2、(1) 試證明： $(1 + \sin \theta + \cos \theta)^2 = 2(1 + \sin \theta + \cos \theta + \sin \theta \cos \theta)$ (5 分)

(2) 在各分式都有意義下，試證明： $\frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta} - \frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta} = \frac{2(\sin \theta - \cos \theta)}{1 + \sin \theta + \cos \theta}$ (7 分)

國立武陵高級中學 106 學年度第一學期高三自然組數學科第二次段考答案卷

三年____班____號 姓名：_____ 得分：_____ (滿分 104，破百以 100 計)

一、多重選擇題(每題 10 分，錯一個選項扣 4 分，扣完為止)

(1)	ACE	(2)	AE
-----	-----	-----	----

二、填充題(每格 6 分，共 60 分)

(1)	$\frac{\sqrt{3}}{3}-3$	(2)	(0,2)	(3)	$-\frac{8}{15}$	(4)	1806π
(5)	$\frac{3}{4}\pi$	(6)	$\frac{3}{2}+\sqrt{2}$	(7)	$\frac{2\sqrt{6}}{3}$	(8)	$\frac{\sqrt{3}}{4}$
(9)	9	(10)	$(5, \frac{2}{\sqrt{5}})$				

三、計算題(第一題每小題 4 分，第二題(1)5 分，(2)7 分，共 24 分)

<p>一、</p> <p>(1)</p> <p style="text-align: right;">4 解</p> <p>+</p> <p>(2)</p> <p style="text-align: right;">1 解</p> <p>+</p> <p>(3)</p> <p style="text-align: right;">6 解</p> <p>+</p>	<p>二、</p> <p>(1)</p> $(1 + \sin \theta + \cos \theta)^2$ $= 1 + \sin^2 \theta + \cos^2 \theta + 2 \sin \theta + 2 \cos \theta + 2 \sin \theta \cos \theta$ $= 2(1 + \sin \theta + \cos \theta + \sin \theta \cos \theta)$ <p>(2)</p> $\frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta} - \frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta} = \frac{(1 + \sin \theta) \sin \theta - (1 + \cos \theta) \cos \theta}{(1 + \sin \theta)(1 + \cos \theta)}$ $= \frac{\sin \theta - \cos \theta + \sin^2 \theta - \cos^2 \theta}{1 + \sin \theta + \cos \theta + \sin \theta \cos \theta} = \frac{2(\sin \theta - \cos \theta)(1 + \sin \theta + \cos \theta)}{(1 + \sin \theta + \cos \theta)^2}$ $\frac{2(\sin \theta - \cos \theta)}{1 + \sin \theta + \cos \theta}$
---	--

