

武陵高中 111 學年(上)一年級數學科第一次期中考題目卷

範圍：1-1~2-2

班級_____座號_____姓名_____

一、多重選擇題：(32分，每題8分，錯一個選項得5分，錯二個選項得2分，錯三個選項以上得0分)

() 1. 設 p 、 q 為實數，下列選項哪些正確？

(A) 若 $p < q$ ， p 、 q 為有理數，至少有一有理數 r 使得 $p < r < q$ 。

(B) 若 $p < q$ ， p 、 q 為無理數，至少有一有理數 r 使得 $p < r < q$ 。

(C) 若 p 為無理數， $p > 0$ ，則 $p^{\frac{1}{2}}$ 為無理數。

(D) 若 p^2 為無理數，則 p^3 為無理數。

(E) 若 p 為無理數、 q 為有理數，則 $\frac{7p+q}{8}$ 為無理數

() 2. 下列關於 2 的次方的運算哪些正確？

(A) $2^2 + 2^1 = 2^3$

(B) $2^{\frac{1}{2}} - 2^{\frac{1}{2}} = 2^0$

(C) $2^{\frac{1}{2}} = 2^{-1}$

(D) $(2^x)^2 = (4^x)$

(E) $2^{\sqrt{2}} + 2^{\sqrt{2}} = 2^{\sqrt{2}+1}$

() 3. 下列選項哪些正確？

(A) $\sqrt{15} - \sqrt{14} > \sqrt{30} - \sqrt{29}$

(B) $\sqrt{30} - \sqrt{28} > \sqrt{15} - \sqrt{14}$

(C) $\sqrt{1} + \sqrt{2} - \sqrt{3} > \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{4}$

(D) $3 + \sqrt{18} > 4 + \sqrt{11}$

(E) $\sqrt{20} + \sqrt{27} > \sqrt{18} + \sqrt{30}$ 。

()4. 下列選項哪些正確？

(A) $\log \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{-1}{2}$

(B) $\log 123 > 2$

(C) $0 < \log a < 3$ ，則 $1 < a \leq 999$

(D) $10^{\log \frac{1}{10}} = -1$

(E) $100^{\log 3} = 10^{2 \log 3} = (10^{\log 3})^2 = 9$ 。

二、填充題：(48分，每格6分)

1. 已知 $x + \frac{2}{x} = \sqrt{10}$ ，求 $\frac{x^3}{8} + \frac{1}{x^3}$ 之值。_____

2. x 為整數且滿足 $|x - 2 - \sqrt{3}| + |x - 5| = 3 - \sqrt{3}$ ，求 x 的值。_____

3. 實數數線上 $A(\sqrt{46 - 6\sqrt{5}})$ 、 $B(\sqrt{14 - 6\sqrt{5}})$ ，已知 P 點在數線上，且 $\overline{AP} : \overline{BP} = 3 : 1$ ，求 P 點座標_____

4. $x = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$ ，求 $x^4 - \frac{1}{x^4} =$ _____

5. 解不等式 $|2x-1| > x-6$ ，解 x 的範圍並以區間表示。_____

6. 已知 $2(\log x)^2 + 3\log x + 2$ 是正數，求 $2(\log x)^2 + 3\log x + 2 + \frac{16}{2(\log x)^2 + 3\log x + 2} + 8$ 的最小值_____ 求發生最小值的 x 值， $x =$ _____

7. $x > 2$ ，化簡 $\sqrt{\frac{1}{(x-2)^2} + \frac{1}{(x+2)^2} + \frac{1}{16}} =$ _____ (表示成沒有根號、括弧、絕對值的樣子)

四、素養混合題：20%

1. (多選題) 1624 年，布里格斯所發表的著作《對數算數》中，提到了一種計算 $\log 2$ 的方法。

他首先算出 10 的平方根、4 次方根、8 次方根... 得到下表

	$10^{\frac{1}{2}} = \sqrt{10}$	$10^{\frac{1}{4}} = \sqrt{\sqrt{10}}$	$10^{\frac{1}{8}}$	$10^{\frac{1}{16}}$	$10^{\frac{1}{32}}$
近似值	3.16228	1.77828	1.33352	1.15478	1.076461

由於 $10^{\frac{1}{4}} < 2 < 10^{\frac{1}{2}}$ ，他假設 $2 = 10^{\frac{1}{4}} \times a$ ，然後計算出 a 的近似值 $a = \frac{2}{10^{\frac{1}{4}}} \approx 1.12468$ ，

由於 $10^{\frac{1}{32}} < a < 10^{\frac{1}{16}}$ ，假設 $a = 10^{\frac{1}{32}} \times b$ ，然後計算出 b 的近似值..... 依此方法一直做下去

$2 = 10^{\frac{1}{4}} \times a = 10^{\frac{1}{4}} \times 10^{\frac{1}{32}} \times 10^{\frac{1}{64}} \times 10^{\frac{1}{128}} \times d = \dots$ 由於 d 是一個非常接近 1 的數

$2 \approx 10^{\frac{1}{4}} \times 10^{\frac{1}{32}} \times 10^{\frac{1}{64}} \times 10^{\frac{1}{256}} = 10^{\frac{77}{256}}$ ，所以 $\log 2 \approx \frac{77}{256} \approx 0.3007\dots$

下列關於 b 的選項哪些正確

(A) $b < 10^{\frac{1}{16}}$ (B) $b < 10^{\frac{1}{32}}$ (C) $b > 1$ (D) $\log b > 1$ (E) $b^8 < 2$ (10%)

2 影印店中常用的最大影印紙是 A3，將長邊對折裁成兩半後就是家中印表機的 A4 影印紙。用相同方法把 A4 再裁一半，就是 A5 以此類推。

A. (計算題) 已知 A3, A4, ... 這類型號的影印紙的長寬比例，對半裁切後依然維持相同的長寬比。請問長與寬的比值必須要是多少？(4%)

B. (計算題) A5 紙的寬度約為 14.85 公分，估計 A3 紙的長度約為多少公分

($\sqrt{2} \approx 1.414, \sqrt{3} \approx 1.732, \frac{\sqrt{5}+1}{2} \approx 1.618$) (計算時使用題目給的數值位數，取答案時四捨五入至 3 位有效數字) (6%)

武陵高中 111 學年(上)一年級數學科第一次期中考

範圍：1 - 1 ~ 2 - 2

一年 _____ 班 _____ 號 姓名

一、多選題：(共 32 分，每題 8 分，錯一個選項得 5 分，錯兩個選項得 2 分，錯 3 個選項以上不得分)

1.		2		3		4	
----	--	---	--	---	--	---	--

二、填充題：共 48 分(每格 6 分)

1	2	3	4
5	6(1)	6(2)	7

三、素養混合題：共 20 分

1. (多選) 10%	
2.(A)4%	2(B)6%

武陵高中 111 學年(上)一年級數學科第一次期中考

範圍：1 - 1 ~ 2 - 2

一年 _____ 班 _____ 號 姓名 _____

一、多選題：(共 32 分，每題 8 分，錯一個選項得 5 分，錯兩個選項得 2 分，錯 3 個選項以上不得分)

1.	ABCE	2	DE	3	AB	4	ABE
----	------	---	----	---	----	---	-----

二、填充題：共 48 分(每格 6 分)

1	$\frac{\sqrt{10}}{2}$	2	4, 5	3	$5-3\sqrt{5}, 2$	4	$816\sqrt{2}$
5	$(-\infty, \infty)$	6(1)	16	6(2)	$\frac{1}{100}, \sqrt{10}$	7	$\frac{x^2+12}{4x^2-16}$

三、素養混合題：共 20 分

1. (多選) 10% ABCE (每錯一個 -4%)	
<p>2.(A)4%</p> <p>設 A4 長寬比為 $a:b$ a, b 都是正數</p> $a:b = b:\frac{a}{2}$ $\Rightarrow \frac{a^2}{2} = b^2 \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} = 2 \Rightarrow \frac{a}{b} = \sqrt{2} \text{ (負不合)}$ <p>沒寫 a, b 都是正數不扣分</p> <p>因為是長度明顯開根號最後會取正</p>	<p>2.(B)6%</p> <p>A4 紙的寬度=A5 紙的長度=$14.85 \times \sqrt{2}$</p> <p>A3 紙的寬度=A4 紙的長度=$14.85 \times \sqrt{2}^2$</p> <p>A3 紙的長度 $14.85 \times \sqrt{2}^3$ (2%)</p> <p>$14.85 \times \sqrt{2}^3 \approx 2 \times 14.85 \times 1.414 = 41.9958$ (2%)</p> <p>A3 紙的長度約為 42.0 公分 (2%)</p>