

武陵高中 114 學年度第一學期高一數學期末考（多項式） 題目卷

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、多重選擇題：（共 32 分；每題全對者得 8 分，答錯 1 個選項者，得 5 分；答錯 2 個選項者，得 2 分；答錯多於 2 個選項者，該題以 0 分計算。）

1. 已知 $f(x)$ 除以 $(2x-3)^2$ 之餘式為 r ，其中 r 為實數，則下列各選項所得的餘式中，何者也是 r ？

- (A) $f(x)$ 除以 $(2x-3)$ (B) $f\left(\frac{x}{2}\right)$ 除以 $(x-3)^2$ (C) $[f(x)]^2$ 除以 $(2x-3)^2$
(D) $3f(x)$ 除以 $\left(x-\frac{3}{2}\right)$ (E) $\frac{2}{3}xf(x)$ 除以 $(2x-3)$

2. 已知函數 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 滿足下列兩個條件：

i. 對任意實數 t 而言， $f(1-t) = f(-3+t)$ 恆成立。

ii. $f(3) > 0$ 且 $f(-4) < 0$ 。

設方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ 的兩根為 α 、 β ，則下列哪些選項正確？

- (A) $a < 0$ (B) $b < 0$ (C) $c < 0$ (D) $5a - b < 0$ (E) $6 < |\alpha - \beta| < 8$

3. 下列各敘述何者為真？

(A) $\frac{x^2 + 2x + 1}{x + 1} \leq 0$ 與 $x + 1 \leq 0$ 同解。

(B) $x + 1 \leq 0$ 與 $(x + 1)(x - 2)^2 \leq 0$ 同解。

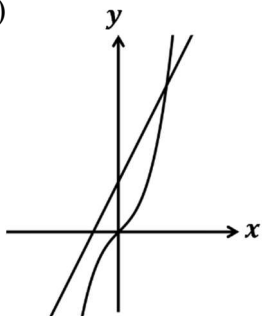
(C) $\frac{1}{x} < 1$ 與 $x > 1$ 同解。

(D) $(x - 2)^3(2x + 1)(x - 1) < 0$ 與 $\frac{(x - 2)(2x + 1)(x - 1)}{x^2 - x + 1} < 0$ 同解。

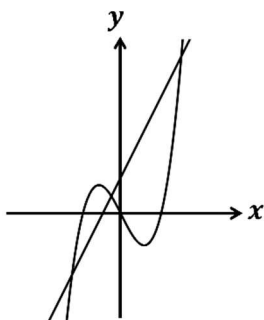
(E) $(x - 2)^3(2x + 1)(x - 1)^2 < 0$ 與 $(x - 2)^3(2x + 1) < 0$ 同解。

4. 下列何者可能是 $y = ax - b$ 與 $y = ax^3 + bx$ 的圖形？

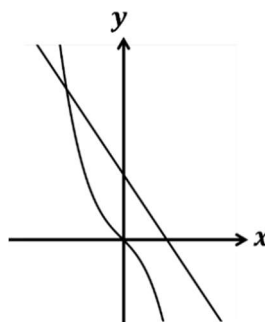
(A)



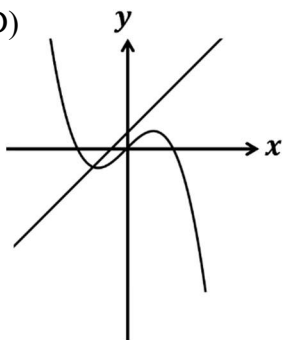
(B)



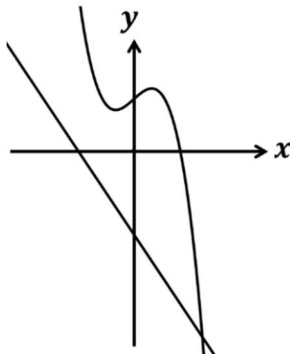
(C)



(D)



(E)



二、填充題：(共 48 分；依答對格數給分，如下表)

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8
給分	8	16	24	30	36	40	44	48

1. 設函數 $f(x) = 27x^4 + 33x^3 - 20x^2 + x$ ，求 $f\left(-\frac{2}{3}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 設多項式 $f(x) = a(x-1)(x-2)(x-3) + bx(x-2)(x-3) + cx(x-1)(x-3) + dx(x-1)(x-2)$ ，
且已知 $f(4) = f(-7) = f(13) = f(45) = 114$ ，則 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 設 a 、 b 、 c 均為整數且 $0 < a < b$ ，若多項式 $x(x-a)(x-b)+17$ 能被 $x-c$ 整除，則 $a+b+c =$ _____。
4. 將三次函數 $\Gamma_1 : y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 的圖形沿 x 軸負向移動 1 個單位，再沿 y 軸正向移動 4 個單位，得到 $\Gamma_2 : y = 2x^3 + 6x^2 + 3x - 5$ 的圖形，求數對 $(a, b, c, d) =$ _____。
5. 設以 $x^2 - 4x + 3$ 除多項式 $f(x)$ 、 $g(x)$ 的餘式依序分別為 $5x - 2$ 、 $x - 3$ ；以 $x^2 + 3x + 2$ 除 $f(x)$ 、 $g(x)$ 的餘式依序分別為 $4x + 3$ 、 $2x + 1$ ，則以 $x^2 - x - 6$ 除 $f(x) \cdot g(x)$ 的餘式為 _____。
6. 設三次函數 $\Gamma_1 : y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 1$ 的圖形之對稱中心 $(3, 11)$ ，則 $\Gamma_2 : y = g(x) = ax^3 - bx^2 + cx + 1$ 的圖形之對稱中心為 _____。

7. 設 m 為實數，若對任何實數 x 而言， $\Gamma_1 : y = (m-2)x^2 - 2x - 1$ 的圖形恆在 $\Gamma_2 : y = -mx + 1$ 圖形的下方，則 m 的範圍為 _____。

8. 設 $f(x)$ 為二次函數且不等式 $f(x) > 0$ 的解為 $-2 < x < 9$ ，
則不等式 $f(x^2) < 0$ 的解為 _____。

三、計算證明題：(共 20 分)

1. 已知 $a \neq 0$ ，試證： $y = f(x) = a(x-h)^3 + p(x-h) + k$ 的圖形對稱於點 (h, k) 。(6 分)

2. 已知三次函數 $\Gamma : y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 的圖形通過 $(-2, 9)$ ， $(1, 3)$ ， $(4, -3)$ ， $(0, -3)$ 四點，則：

(1) 試將 $f(x)$ 表示為 $f(x) = a(x-h)^3 + p(x-h) + k$ 之型式。(7 分)

(2) $27a - 9b + 3c - d =$ _____。(3 分)

(3) $f(-2024) + f(2026) =$ _____。(2 分)

(4) 試以圖形說明 $y = f(x)$ 與 $y = 5(x-1) + 3$ 的交點個數？(2 分)

武陵高中 114 學年度第一學期高一數學期末考（多項式） 答題卷

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、多重選擇題：（共 32 分；每題全對得 8 分，答錯 1 個選項者，得 5 分；答錯 2 個選項者，得 2 分；答錯多於 2 個選項者，該題以 0 分計算。）

1.	2.	3.	4.
----	----	----	----

二、填充題：（共 48 分；依答對格數給分，如下表）

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8
給分	8	16	24	30	36	40	44	48

1.	2.	3.	4.
5.	6.	7.	8.

三、計算證明題：（共 20 分）

1.
2.

武陵高中 114 學年度第一學期高一數學期末考（多項式） 解答卷

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、 多重選擇題：（共 32 分；每題全對得 8 分，答錯 1 個選項者，得 5 分；答錯 2 個選項者，得 2 分；答錯多於 2 個選項者，該題以 0 分計算。）

1. ABE	2. CE	3. D	4. BC
---------------	--------------	-------------	--------------

二、 填充題：（共 48 分；依答對格數給分，如下表）

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8
給分	8	16	24	30	36	40	44	48

1. -14	2. -19	3. 51	4. $(2, 0, -3, -8)$
5. $-3x+9$	6. $(-3, -9)$	7. $-6 < m \leq 2$	8. $x < -3$ or $x > 3$

三、 計算證明題：（共 20 分）

1. 設 t 為任意實數且 $P(h+t, k+s)$ 為 Γ 上任意一點，證明： $P'(h-t, k-s)$ 亦為 Γ 上任意一點。

《證明》：

$$\because P(h+t, k+s) \in y = f(x) \quad \therefore f(h+t) = at^3 + pt + k = s + k$$

$$\Rightarrow s = at^3 + pt$$

$$\because f(h-t) = a(-t)^3 + p(-t) + k = -(at^3 + pt) + k = k - s \quad \therefore P'(h-t, k-s) \in y = f(x)$$

Hence $y = f(x)$ 的圖形的對稱中心為 (h, k) 。

2.

(1). $f(x) = -(x+2)(x-1)(x-4) - 2x + 5$

或寫成 $f(x) = -x(x-4)(x+1) - 3$ 或寫成 $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 4x - 3$ （任一形式均可給 4 分）

$\Rightarrow f(x) = -(x-1)^3 + 7(x-1) + 3$ （整理成標準式，共得 7 分）

(2). 答案：-39（3 分）

(3). 答案：6（2 分）

(4). 答案：3 個（2 分）