

※請將答案填在答案卷上，否則不予計分。

適用班級：102, 104-120

一、多選題 (每題 8 分，共 16 分)

(錯一個選項得 5 分，錯兩個選項得 2 分，錯三個選項以上或未作答則得 0 分)

1. 若  $\langle a_n \rangle$  為等比數列，設  $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$  為前  $n$  項的和，其中  $a_1$  為首項、 $r$  為公比，則下列敘述哪些是正確的？

- (1) 數列  $\langle a_n \rangle$  有可能為  $1, 0, 0, 0, 0, \dots$ 。
- (2) 設  $t$  為正整數，且  $a_1 = t + 1$ 、 $a_3 = t^3 + 1$ ，則公比  $r = \pm\sqrt{t^2 - t + 1}$ 。
- (3) 設  $k$  為正整數，且  $S_n = k$ 、 $S_{2n} = k^2$ ，則  $S_{3n} = k^3$ 。
- (4) 設  $k$  為正整數，且  $S_n = k$ 、 $S_{2n} = 2k$ ，則  $S_{3n} = 3k$ 。
- (5) 承(4)，此時  $S_n = \frac{a_1 \times (1-r^n)}{1-r}$ 。

2. 請選出下列敘述正確的選項。

- (1) 將一組資料中的每筆資料都加上一個相同的常數後，標準差不變。
- (2) 線性相關的兩個變數  $x, y$  的迴歸直線方程式為  $y = 3 - 5x$ ，則  $x, y$  呈現負相關。
- (3) 兩個變數  $x, y$  的相關係數  $r$  越大，相關性越強。
- (4) 兩組變量  $X: x_1, x_2, \dots, x_n$  與  $Y: y_1, y_2, \dots, y_n$ ，若  $y_i = 0.8x_i + 27$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ )，則  $X$  與  $Y$  的相關係數為 1。
- (5) 兩個變數  $x, y$  的相關係數  $r < 0$ ，表示兩個變數  $x, y$  無相關。

二、填充題 (每格 5 分，共 60 分)

1. 桃園市政府欲修築長 1500 公尺的椰林大道，在椰林大道右側從 9 公尺開始，每隔 11 公尺設置一盞綠竹筍路燈；左側從 6 公尺開始，每隔 8 公尺設置一盞白鷺鷥路燈，則在 1500 公尺的椰林大道上，共有\_\_\_\_\_盞路燈相對。

2. 已知數列  $\frac{1}{1}, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}, \frac{5}{3}, \frac{3}{3}, \frac{1}{3}, \frac{7}{4}, \frac{5}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{4}, \dots$ ，依照此規律，則此數列的第 87 項為\_\_\_\_\_。

3. 等差數列  $\langle a_n \rangle$  滿足  $a_{10} = 50$ ， $a_{20} = 20$ ，且對於任意正整數  $n$ ， $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$  皆成立。假設  $S_n < 0$  時， $n$  的最小值為  $\alpha$ ；若  $S_n$  有最大值時，此時  $n = \beta$ ，則數對  $(\alpha, \beta) =$ \_\_\_\_\_。

4. 有一次測驗甲、乙、丙、丁、戊五個人的歷史、地理、公民的成績如下：

學生	甲	乙	丙	丁	戊
歷史 X	75	70	80	90	85
地理 Y	82	75	78	88	60
公民 Z	66	62	70	78	74

已知  $Y$  與  $X$  的相關係數為  $r$ ，則  $Y$  與  $Z$  的相關係數為\_\_\_\_\_。


5. 已知級數  $1 + (1 + 3) + (1 + 3 + 3^2) + \dots + (1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{19}) = \frac{3^a - b}{4}$ ，其中  $a, b$  為最小正整數，則數對

$(a, b) =$ \_\_\_\_\_。

6. 設數列 $\langle a_n \rangle$ 中，對於所有的正整數 $n$ ， $a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \cdots + na_n = 3^{n+1} \cdot (n^2 + n)$ ，則此數列的一般項通式 $a_n =$ \_\_\_\_\_。
7. 已知某傳染病在 5/15 的當日確診人數為 100 人，5/16 的當日確診人數比前一天成長 60%，5/17 的當日確診人數比前一天衰退 10%，則：
- (1) 這兩天該傳染病當日確診人數的平均成長率=\_\_\_\_\_。
  - (2) 若政府在 5/17 日晚間公告確診人數的校正回歸情形如下：5/15 的當日確診人數應再增加 150 人、5/16 的當日確診人數為應再增加 240 人，5/17 日的當日確診人數應再增加 16 人。根據校正回歸後的數據，這兩天該傳染病當日確診人數的平均成長率=\_\_\_\_\_。
8. 一群數值 1,2,2,3,3,3,4,4,4,4,⋯,100,100,⋯,100，其中每個數字出現的次數與其值相同，試求：
- (1) 此資料的中位數為\_\_\_\_\_。
  - (2) 此資料的算術平均數為\_\_\_\_\_。
  - (3) 此資料的變異數為\_\_\_\_\_。
9. 醫學研究證實，智商的高低會遺傳。某數學老師智商 140，他爺爺、父親和兒子的智商分別是 137、134 和 146。該數學老師用線性迴歸分析的方法預測他孫子的智商為\_\_\_\_\_。

三、手寫題 (共 24 分；不須抄題目，但須清楚標明題號且有計算過程，只給答案不予計分)

1. 數學科的姜尼老師很好奇今年五零高中學生的學測數學成績與自然成績是否呈線性相關，於是找了五位學測生調查他們今年的成績如下表所示。姜尼老師根據這 5 筆資料算出自然成績( $y$ )對數學成績( $x$ )的迴歸直線方程式為 $y = 0.4x + 8$ ，但丙同學的自然成績不小心被墨水弄髒了。試根據上述條件回答下列問題：(已知 $\sqrt{2} \approx 1.4$ )

	甲	乙	丙	丁	戊
X：數學(級分)	12	10	8	11	9
Y：自然(級分)	15	13		9	11

- (1) 丙同學的自然成績為多少級分？(3 分)
  - (2) 已知兩筆數據相關程度的高低與相關係數 $r$ 的數值有關，若 $r = 1$ 表完全正相關、 $r = -1$ 表完全負相關、 $0.7 \leq |r| < 1$ 表高度相關、 $0.3 \leq |r| < 0.7$ 表中度相關、 $0 < |r| < 0.3$ 表低度相關、 $r = 0$ 表零相關。試根據上述資料判斷姜尼老師調查的學測數學與自然成績的線性相關程度高低為何？(6 分)
  - (3) 若姜尼老師發現只調查五筆資料不太夠，於是擴大調查了全校 700 位學測生，發現全校數學與自然成績的算術平均數分別為 10 級分與 12 級分、標準差分別為 3 級分與 2 級分。若小明也是今年五零高中的學測生，且他的數學與自然成績分別為 11 級分與 13 級分，試問小明相對於全校的學測生而言，數學與自然哪科的學測成績較好？(3 分)
2. 已知數列 $\langle a_n \rangle$ 中， $a_1 = 1$ ，且對於所有正整數 $n$ ， $a_{n+1} = 2a_n + 1$ 恆成立，則：
- (1) 試猜測數列 $\langle a_n \rangle$ 的一般項通式。(2 分)
  - (2) 請以數學歸納法證明上述的猜測結果。(10 分)

※請將答案填在答案卷上，否則不予計分。

適用班級：102, 104-120

班級：\_\_\_\_\_ 座號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

一、多選題 (每題 8 分，共 16 分)

(錯一個選項得 5 分，錯兩個選項得 2 分，錯三個選項以上或未作答則得 0 分)

1	2

二、填充題 (每格 5 分，共 60 分)

1	2	3	4
5	6	7(1)	7(2)
8(1)	8(2)	8(3)	9

三、手寫題 (兩題，共 24 分；不須抄題目，但須清楚標明題號且有計算過程，只給答案不予計分)



※請將答案填在答案卷上，否則不予計分。

適用班級：102, 104-120

班級：\_\_\_\_\_ 座號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

四、多選題 (每題 8 分，共 16 分)

(錯一個選項得 5 分，錯兩個選項得 2 分，錯三個選項以上或未作答則得 0 分)

1	2
(2) (4)	(1) (2) (4)

五、填充題 (每格 5 分，共 60 分)

1	2	3	4
17	$\frac{9}{13}$	(53,26)	$r$
5	6	7(1)	7(2)
(21,43)	$3^n \times (2n + 4)$	20%	-20%
8(1)	8(2)	8(3)	9
71	67	561	149

六、手寫題 (兩題，共 24 分；不須抄題目，但須清楚標明題號且有計算過程，只給答案不予計分)

1. (1) 12 級分。

(2)  $r \approx 0.28$ ，故為低度相關。

(3) 標準化後的數學與自然成績為  $\frac{1}{3}$  與  $\frac{1}{2}$ ，故自然成績相對較好。

2. (1)  $a_n = 2^n - 1$ 。

(2) 略。