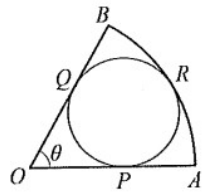
市立武陵高中 113 學年度 第二學期 一年級數學科期末考試卷(114.06.26)

範圍：三角比　　　　班級：______ 姓名：__________ 座號：_____

注意：試題共一張兩面，答案卡一張，答案卷一頁

一、單一選擇題，每題有 5 個選項，只有一個是正確或最適當的選項，共 5 分

1、如圖所示，在頂點為O、半徑為定值r的扇形OAB中，圓心角$\angle AOB=\theta$，其中$0^{\circ}<\theta<180^{\circ}$。其內切圓與扇形$OAB$的$\overline{OA}$、$\overline{OB}$，$\overset{\frown}{AB}$分別切於$P$、$Q$、$R$三點，當$\theta$由小變到大時，$\cos\angle PRQ$如何變化？(1) 先變大再變小　(2) 先變小再變大　(3) 一直變大　(4) 一直變小　(5) 無法確定



二、多重選擇題，每題 10 分，答錯 1 個選項得 6 分，答錯 2 個選項得 2 分，答錯 3 個(含)選項以上得 0 分，共 20 分

2、在$\triangle ABC$中，已知$\overline{AB}=2$，$\overline{AC}=3$，且$\overline{BC}=a$。試選出正確的選項。

(1) 若$\triangle ABC$的面積為 3，則可確定$\triangle ABC$唯一的形狀和大小

(2) 若$\triangle ABC$為鈍角三角形，則$a>\sqrt{13}$

(3) $\angle C=30^{\circ}$時，可決定唯一的$\triangle ABC$

(4) 可以找到a，使得$\triangle ABC$的外接圓半徑為$\sqrt{2}$

(5) 可以找到a，使得$\triangle ABC$的外接圓半徑為2025

3、設坐標平面上，設$P(-3,-4)$為標準位置角θ終邊上一點，試問以下哪些敘述是正確的？

(1) 直角坐標$A(3,4)$可轉成極坐標$[5,180^{\circ}+\theta]$

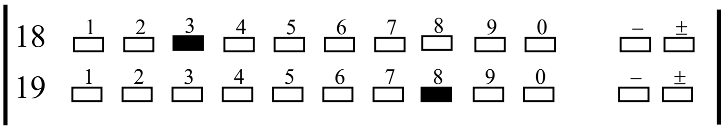
(2) 直角坐標$B(-4,3)$可轉成極坐標$[5,\theta+90^{\circ}]$

(3) 將極坐標$C[5,180^{\circ}-\theta]$轉成直角坐標為$(3,-4)$

(4) 將極坐標$D[5,\theta-180^{\circ}]$轉成直角坐標為$(4,3)$

(5) 若E點極坐標為$[5,\dfrac{-\theta}{2}]$，則E點位在第一象限

三、選填題 10 題，第 A 題至第 J 題，每題請依照答案格式將答案畫記到答案卡上。各題每格全部答對才得 6 分，答案需計算至最簡，答案全對始計分，答錯或不作答不予計分，共 60 分，例：若某一題的答案格式是 ⑱⑲ ，而依題意計算出來的答案是 38，則必需分別在答案卡上的第 **18** 列的 $\overset{3}{\square}$ 與第 **19** 列的 $\overset{8}{\square}$ 畫記



A. 設 θ 為廣義角且 $\sin\theta > 0$ ，$\tan\theta = \frac{-3}{4}$ ，試求

$$3\sin(180^\circ + \theta) - 4\cos(90^\circ + \theta) + 2\sin(270^\circ - \theta)\cdot\cos(\theta - 180^\circ) = \frac{⑥⑦}{④⑤}$$

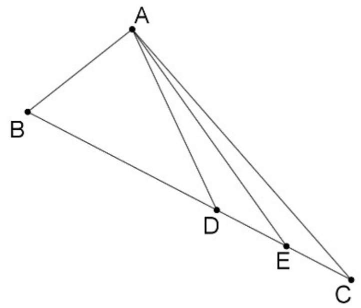
B. 在 ΔABC 中，若 D 點在 $\overline{BC}$ 上，且 $\overline{AB} = 25$，$\overline{AC} = 40$ ，$\overline{BD} = 25$ ，$\overline{CD} = 14$ ，試求 $\overline{AD}$ 長＝ ⑧⑨

C. 一圓的內接四邊形 $ABCD$ ，若已知 $\overline{AB} = 4$ ，$\overline{CD} = 8$ ，$\angle ACB + \angle CAD = 90^\circ$，試求四邊形 $ABCD$ 外接圓的面積＝ ⑩⑪ π

D. 設 $\cos\theta + 3\sin\theta = 2$，且 $0^\circ < \theta < 90^\circ$，若 $\cos\theta + \sin\theta = \frac{b+\sqrt{c}}{a}$，其中 a,b,c 均為實數且 a,b 互質，試求 $a+b+c$ ＝ ⑫⑬

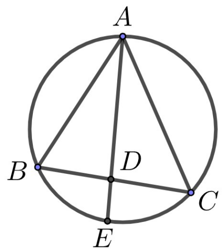
E. 如圖，在ΔABC中，D點在$\overline{BC}$上，E為$\overline{DC}$線段上一點。已知$\overline{AB}:\overline{AD}:\overline{AE}:\overline{AC}=2:3:4:5$。

若ΔABD的外接圓半徑為R_1，ΔACE的外接圓半徑為R_2。試求$\dfrac{R_1}{R_2}=\dfrac{⑯}{⑭⑮}$

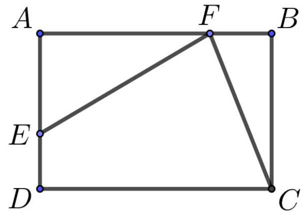


F. ΔABC中，D為$\overline{BC}$上一點使得$\overline{AC}\perp\overline{AD}$。已知$\overline{AB}=15$，$\overline{AC}=8$，$\cos\angle BAC=\dfrac{-4}{5}$，試求$\overline{AD}$的長$=\dfrac{⑱⑲}{⑰}$

G. 如圖所示，$\angle BAC=60^\circ$，D為$\overline{BC}$上一點，若$\overrightarrow{AD}$為$\angle BAC$的角平分線且$\overrightarrow{AD}$交ΔABC的外接圓於E，已知$\overline{AE}=8$、$\overline{AD}=6$，試求△ABC的面積$=⑳㉑\sqrt{㉒}$



H. 如圖所示，長方形$ABCD$中$\overline{AB}=3$，$\overline{BC}=2$。E、F分別為$\overline{AD}$、$\overline{AB}$上的點且滿足$\overline{AE}=2\overline{ED}$、$\angle EFC=\angle DCF$，試求$\tan\angle AFE=\dfrac{㉕}{㉓㉔}$



I. 設ΔABC中$\overline{BC}=5$、$\overline{AC}=6$、$\overline{AB}=4$，三個邊上的高分別為$\overline{AD}$、$\overline{BE}$、$\overline{CF}$，其中D、E、F分別在$\overline{BC}$、$\overline{AC}$、$\overline{AB}$上，試求$\dfrac{\Delta AEF的面積}{\Delta BDF的面積}=\dfrac{㉗㉘}{㉖}$

J. 森森開車沿著筆直的東西向公路由西向東等速度前進，他在A點時發現在北30°東的方向，仰角30°的位置有一個熱氣球正在半空中以等速度垂直向上升。森森開車繼續前進1小時後到達B點，發現熱氣球在正北方仰角45°的位置。請問如果森森從B點繼續往前開3小時到達C點，此時森森在C點看熱氣球的仰角為θ，試求$\cos^2\theta=\dfrac{㉚}{㉙}$

（註：森森從A點開車到C點的整個過程中，森森和熱氣球在中途都沒有任何的停留，且森森開車的速度不一定等於熱氣球垂直向上升空的速度）

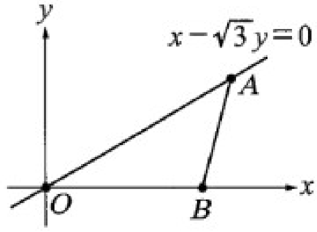
四、混合題共15分，第1題不需計算過程，第2~3題需詳述過程否則不予計分

如圖所示，在坐標平面上，O為原點，在第一象限有一點A在直線$L: x-\sqrt{3}y=0$上，另一點B在x軸正向上，已知$\overline{AB}=4$，試問：

1、$\angle AOB$的角度為（1）15°（2）30°（3）45°（4）60°（5）無法確定　（4分）

2、若$A(\sqrt{3}t,t)$，$B(a,0)$，試求t和a的關係式　　（4分）

3、試求ΔOAB面積的最大值　　（7分）



祝暑假愉快

1、3

2、15

3、13

A. $\frac{47}{25}$

B. 30

C. 20

D. 15

E. $\frac{3}{10}$

F. $\frac{18}{5}$

G. $12\sqrt{3}$

H. $\frac{8}{15}$

I. $\frac{81}{4}$

J. $\frac{1}{2}$

四

1、2

2、$4t^2+a^2-2\sqrt{3}at=16$

3、$8+4\sqrt{3}$

市立武陵高中 113學年度 第二學期 一年級數學科期末考答案卷(114.06.26)

班級：__________ 姓名：__________ 座號：________

四、混合題15分，第1題4分，第2題4分，第3題7分

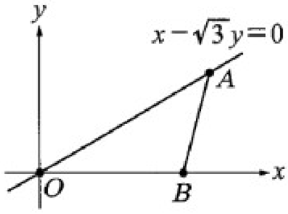
（第1題不需過程，第2、3題請詳述過程）

如圖所示，在坐標平面上，O 為原點，在第一象限有一點 A 在直線 $L: x-\sqrt{3}y=0$ 上，另一點 B 在 x 軸正向上，已知 $\overline{AB}=4$，試問：

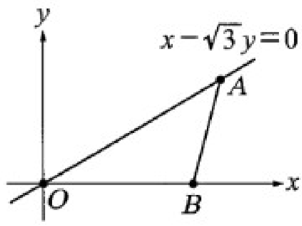
1、$\angle AOB$ 的角度為：(1) 15° (2) 30° (3) 45° (4) 60° (5) 無法確定 （4分）

2、若 $A(\sqrt{3}t,t)$，$B(a,0)$，試求 t 和 a 的關係式 （4分）

3、試求 ΔOAB 面積的最大值 （7分）



1、2



2、

ΔOAB 中，由餘弦定理可知

$4^2=(2t)^2+a^2-2\cdot 2t\cdot a\cdot\cos 30^\circ$

展開整理可得 $4t^2+a^2-2\sqrt{3}at=16$

3、

$S_{\Delta OAB}=\frac{1}{2}\cdot\overline{OA}\cdot\overline{OB}\cdot\sin\angle AOB=\frac{1}{2}\cdot 2t\cdot a\cdot\sin 30^\circ=\frac{1}{2}at$ …… 1分

又 $a>0,t>0$，$\frac{4t^2+a^2}{2}\geq\sqrt{4t^2\cdot a^2}\ \Rightarrow\ 4t^2+a^2\geq 4at$ …… 2分

由2知 $16=4t^2+a^2-2\sqrt{3}at\geq 4at-2\sqrt{3}at$ …… 2分

$S_{\Delta OAB}=\frac{1}{2}at\leq\frac{1}{2}\cdot\frac{16}{4-2\sqrt{3}}=8+4\sqrt{3}$ …… 2分