

一. 單選題(每題 5 分, 共 10 分, 答錯不倒扣)

1. 設 $f(x)$ 為多項式, 且 $\deg(f(x)) \geq 3$, 若 $g(x) = \int_0^x t \cdot f(t) dt + x \int_x^1 f(t) dt$, 則 $g''(x)$ 為下列哪一個函數?

- (1) $f(x)$ (2) $-f(x)$ (3) $xf(x)$ (4) $-xf(x)$ (5) $x^2 f(x)$ 。

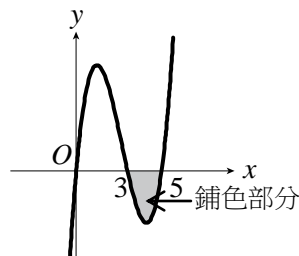
2. 設某一質點在數線上運動, 時刻 t 時的速度為 $v(t) = 3t^2 + 63$ (公尺/秒), 則此一質點從時刻 $t = 1$ 秒至時刻 $t = 2$ 秒的位移為多少公尺?

- (1) 30 (2) 40 (3) 50 (4) 60 (5) 70。

二. 多選題(每題全對得 10 分, 錯一個選項得 6 分, 錯二個選項得 2 分, 沒作答得 0 分)

1. 設函數 $f(x) = 1 - x^2$ 的圖形與直線 $x = 0, x = 1$ 及 x 軸所圍成的區域為 R 。將閉區間 $[0, 1]$ 等分成 n 等分, 並設上和為 U_n , 下和為 L_n 。試選出正確的選項。

- (1) $U_6 < U_3$ (2) $L_6 < L_3$ (3) $L_6 < U_6$ (4) $\lim_{n \rightarrow \infty} L_n = \lim_{n \rightarrow \infty} U_n$ (5) R 的面積為 $\frac{2}{3}$ 。



2. 右圖是多項式函數 $f(x)$ 的圖形在閉區間 $[0, 5]$ 與 x 軸所圍成區域,

$f(0) = f(3) = f(5) = 0$, 設鋪色部分的面積為 2, 且知 $\int_0^5 f(x) dx = 4$,

試選出正確的選項。

- (1) $\int_3^5 f(x) dx = 2$ (2) $\int_0^3 f(x) dx = 6$ (3) $\int_3^5 (-3f(x)) dx = 6$

- (4) $\int_0^5 (f(x) + 1) dx = 9$ (5) 函數 $f(x)$ 圖形在閉區間 $[0, 5]$ 與 x 軸所圍成區域面積為 4。

三. 填充題

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9
得分	8	16	24	30	34	38	42	46	50

1. 試求下列定積分之值:

(1) $\int_{-2}^2 (3x^2 - 4x + 1) dx = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $\int_2^6 \sqrt{x^2 - 8x + 16} dx = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 已知 $f(x) = 3x^2 + 2x \cdot \left(\int_1^2 f(x) dx\right) + 1$ 為一多項式, 則 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 在 xy 平面上, 函數 $y = x$ 與 $y = x^3$ 兩圖形所圍成區域的面積為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 在 xy 平面上，直線 $3x + y = 18$ 與兩曲線 $y = x^2$ 、 $y = 3x^2$ 在第一象限所圍出的封閉區域面積為_____。

5. 設三次函數 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ 在 $x = \frac{1}{\sqrt{3}}$ 處有極小值 $-\frac{2\sqrt{3}}{9}$ ，且曲線 $y = f(x)$ 與 x 軸所圍成的封閉區域為 Γ ，試問：將 Γ 繞 x 軸旋轉一圈，所得的旋轉體體積為_____。

6. 在 xy 平面上，拋物線 $y = -x^2$ 與直線 $x - y - 2 = 0$ 所圍出的封閉區域，繞 x 軸的旋轉體的體積為_____。

7. 設 $f(x)$ 為多項式，且滿足 $x^2 f(x) = \frac{3}{5}x^5 - \frac{1}{3}x^3 + 2\int_1^x t \cdot f(t)dt$ ，試求 $f(x) =$ _____。

8. 在 xy 平面上，將圓 $C: (x-3)^2 + (y-2)^2 = 1$ 繞直線 $L: 3x + 4y - 2 = 0$ 旋轉所得之立體體積為_____。

四. 混合題(每小題 5 分)(每大題中，請自行標明每小題號(1)(2))

1. $n \in \mathbb{N}$ ，設 $1^5, 2^5, 3^5, \dots, n^5$ 等 n 個數的算術平均數為 $M(n)$ 。

(1) 試求： $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{M(n)}{n^5}$ 之值。(計算題)

(2) 試說明： $\frac{M(n)}{n^5} \geq \frac{1}{6}$ 。(提示：可用黎曼和)

2. 空間坐標系中，點 $A(1,1,1)$ ， $B(1,0,0)$ ， P 為線段 \overline{AB} 上的動點，今將所有的動點 P ，以 z 軸為中心軸，繞 z 軸旋轉一圈，它們的軌跡構成一曲面 Γ ，試回答下二問題：

(1) 平面 $z = t$ ($0 \leq t \leq 1$)，與曲面 Γ 所截的圓面積為何?(以 t 表示之)(計算題)

(2) 曲面 Γ 與平面 $z = 0$ 、 $z = 1$ 所圍出的封閉立體空間的體積為何?(計算題)

〈祝各位同學，學測順利，勇奪高分〉

桃園市立武陵高級中學 111 學年度第一學期高三期末考數學科答案卷

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一.單選題(每題 5 分，共 10 分，答錯不倒扣)

1.	2.

二.多選題(每題全對得 10 分，錯一個選項得 6 分，錯二個選項得 2 分，沒作答得 0 分)

1.	2.

三.填充題

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9
得分	8	16	24	30	34	38	42	46	50

1.(1)	1.(2)	2.	3.	4.
5.	6.	7.	8.	

四.混合題(每小題 5 分)(每大題中，請自行標明每小題號(1)(2))

1.	
2.	

桃園市立武陵高級中學 111 學年度第一學期高三期末考數學科答案卷

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一.單選題(每題 5 分，共 10 分，答錯不倒扣)

1.	2.
(2)	(5)

二.多選題(每題全對得 10 分，錯一個選項得 6 分，錯二個選項得 2 分，沒作答得 0 分)

1.	2.
(1)(3)(4)(5)	(2)(3)(4)

三.填充題

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9
得分	8	16	24	30	34	38	42	46	50

1.(1)	1.(2)	2.	3.	4.
20	4	$3x^2 - 8x + 1$	$\frac{1}{2}$	$\frac{19}{2}$
5.	6.	7.	8.	
$\frac{16\pi}{105}$	$\frac{72\pi}{5}$	$x^3 - x + \frac{4}{15}$	$6\pi^2$	

四.混合題(每小題 5 分)(每大題中，請自行標明每小題號(1)(2))

1.(1) $M(n) = \frac{1^5 + 2^5 + 3^5 + \dots + n^5}{n}$ (1 分)

(2) 設 $f(x) = x^5$

$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{M(n)}{n^5}$

$\Rightarrow f(x)$ 在閉區間 $[0, 1]$ 的上和 $U_n = \frac{M(n)}{n^5}$ (1 分)

$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left[\left(\frac{1}{n}\right)^5 + \left(\frac{2}{n}\right)^5 + \left(\frac{3}{n}\right)^5 + \dots + \left(\frac{n}{n}\right)^5 \right]$ (1 分)

所以由圖可知 U_n 大於或等於 $f(x)$ 與

$= \int_0^1 x^5 dx = \frac{1}{6}$ 。(3 分)

$x=0, x=1, x$ 軸所圍成的區域面積，(2 分)

即 $\frac{M(n)}{n^5} \geq \int_0^1 x^5 dx = \frac{1}{6}$ 。(2 分)

2.(1) $\overline{AB} : \begin{cases} x=1 \\ y=t, 0 \leq t \leq 1 \\ z=t \end{cases}$ (1 分)

(2) $V = \int_0^1 \pi(t^2 + 1) dt$ (2 分)

\Rightarrow 平面 $z=t$ 與 \overline{AB} 交點為 $(1, t, t)$ (1 分)

$= \pi \left(\frac{1}{3} t^3 + t \right) \Big|_0^1 = \frac{4\pi}{3}$ 。(3 分)

\Rightarrow 截圓半徑 $= \sqrt{t^2 + 1}$

\Rightarrow 截圓面積 $= \pi(t^2 + 1)$ 。(3 分)

