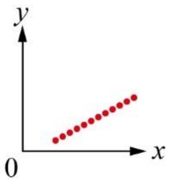
武陵高中 113 學年度下學期高一數學科第一次期中考題目卷(102-120)

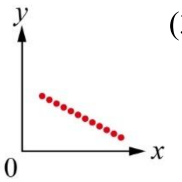
範圍：翰林版數學 2.　第一、二章　　　　　班級：____座號：____姓名：__________

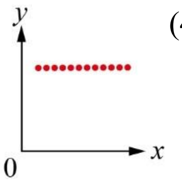
說明：選填題的題號是 A,B,C,⋯.，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記。例：若第 B 題的答案格式是⑳㉑，而答案是－7 時，則考生必須分別在答案卡的第 20 列的－與第 21 列的 7 畫記。該題兩格需完全正確，才算答對。

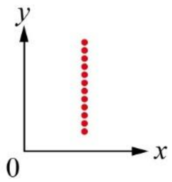
一、單選題(1 題 5 分，共 10 分)

1. 下列 4 組原始數據的散布圖，請問何者的相關係數最小？

(1) 

(2) 

(3) 

(4) 

2. 奇美拉某次段考的成績統計如下表：

	奇美拉得分	全班平均	全班標準差
數學	75	65	5
英文	82	70	8

請利用標準化分數，相較於全班成績，請問奇美拉在哪一科表現的最好？

(1) 數學 (2) 英文 (3) 兩者一樣好 (4) 兩者無法比較

二、多選題(1 題 10 分，共 30 分，每題錯一個選項得 6 分，錯二個選項得 2 分，錯三個以上選項得 0 分)

3. 設有 n 筆二維數據$(x_i，y_i)$，滿足 $y_i=-0.8x_i+1$，$i=1,2,\ldots,n$。已知數據x_1，x_2，…，x_n 的算術平均數為10，變異數為 4，請選出正確的選項。

(1) 數據y_1，y_2，…，y_n 的算術平均數為 -7　(2) 數據y_1，y_2，…，y_n 的標準差為 -1.6

(3) x 與 y 的相關係數為 -0.8　(4) y對 x 的最適直線斜率為 -0.8

(5) y 對 x 的最適直線必通過點 $(0,1)$

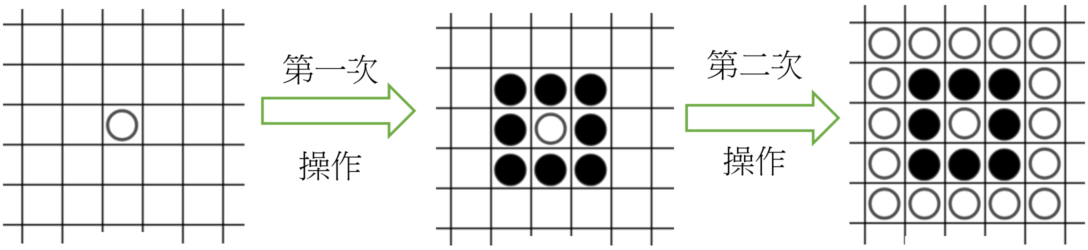
4. 設數列< a_n >的前 n 項和為 S_n ，已知 $4a_n = 5S_n + 5$ (n為正整數)，請選出正確的選項。

(1) $a_1 = -5$　　(2) $a_2 = 20$　　(3) $< S_n>$形成公比為 -4 的等比數列

(4) $< a_n>$形成公比為 -4 的等比數列　　(5) $S_5 = -1025$

5. 如圖一，現有一個大型的棋盤格，在其中一個方格上放一顆白棋，接著分別使用黑棋與白棋重複以下操作：

在已放置圍棋棋子的相鄰一圈所有方格中放置新的圍棋，第一次的操作下黑棋(如圖二)，第二次的操作下白棋(如圖三)，以此類推，奇數次的操作放黑棋，偶數次的操作放白棋。請選出正確的選項。



圖一　圖二　圖三

(1)第三次操作下了 24 個黑棋

(2)第四次操作下了 34 個白棋

(3)當新下的圍棋數量為 88 顆時，是第 22 次的操作

(4)操作了 11 回後，棋盤上的黑棋有 288 個

(5)操作了 11 回後，棋盤上的白棋有 240 個

三、選填題：第一部分 (1 題 6 分，共 30 分)

A. 已知二維數據$(2-x_i，y_i)$的相關係數為 $\frac{3}{5}$，則新數據$(3x_i，3-2y_i)$的相關係數為 $\frac{⑥}{⑦}$ 。

(請化為最簡分數)

B. 烏薩奇投資 ETF，已知最近兩年的投資報酬率分別為21%、96%，則烏薩奇這兩年每年的平均投資報酬率為 ⑧⑨ %。

C. 測量五位同學的身高 x 與步幅 y (跑步時每次步伐的距離)，結果如下表。

身高(公分)	160	164	168	172	176
步幅(公分)	65	63	67	71	69

試求身高與步幅的相關係數為 $\frac{\text{⑩}}{\text{⑪}}$ 。(請化為最簡分數)

D. 承 C，請利用最適直線預測當身高是 183 公分時，步幅為 ⑫⑬ 公分。

E. 已知等比數列$< a_n >$的首項為 2，等差數列$< b_n >$的前 n 項和為 S_n，且$a_1 + a_2 = 6$，$2b_1 + a_3 = b_4$，$S_3 = 3\,a_2$，則 $b_{30} =$ ⑭⑮ 。

四、選填題：第二部分 (1 題 5 分，共 20 分)

F. 有四個實數 a、b、c、d，其中 a、b、c 形成公差為正數的等差數列，b、c、d 成等比數列，若 $a + d = 22$，$b + c = 21$，則 $d =$ ⑯⑰ 。

G. 假設數據x_1，x_2，x_3，x_4，x_5 的標準差是2，則函數

$f(x) = (x - x_1)^2 + (x - x_2)^2 + (x - x_3)^2 + (x - x_4)^2 + (x - x_5)^2$ 的最小值為 ⑱⑲ 。

H. 如果數列 a_1，a_2，…，a_n (n 為正整數)滿足 $a_1 = a_n$，$a_2 = a_{n-1}$，…，$a_n = a_1$，

即 $a_i = a_{n-i+1}$，我們稱其為「對稱數列」。

例如：數列「1,2,3,2,1」或數列「1,3,7,7,3,1」為對稱數列。

若 b_1，b_2，…，b_{2k-1} ($k \geq 2$)是項數為 $2k-1$ 的對稱數列，且b_k，b_{k+1}，…，b_{2k-1} 形成首項為 50，公差為 -4 的等差數列，則 $b_1 + b_2 + \cdots + b_{2k-1}$ 的最大值為 ⑳㉑㉒ 。

I. 將正整數以順時針方向螺旋狀排列，如右圖所示，

令 2025 的上、下、左、右的數字分別為 a、b、c、d，

則 $a - b + c - d$ 的值為 ㉓㉔㉕ 。

(例如：1 的上、下、左、右的數字分別為 8、4、6、2)

43	44	45	46	47	48	49	50
42	21	22	23	24	25	26	51
41	20	7	8	9	10	27	52
40	19	6	1	2	11	28	53
39	18	5	4	3	12	29	54
38	17	16	15	14	13	30	
37	36	35	34	33	32	31	

武陵高中 113 學年度下學期高一數學科第一次期中考答案卷(102-120)

班級：____座號：____姓名：__________

五、證明題(共 10 分) **(需寫下詳細證明過程，並直接書寫於此張答案卷上)**

請利用數學歸納法證明：

$1+3+5+7+\ldots\ldots+(2n-1)=n^2$，對所有正整數 n 均成立。

武陵高中 113 學年度下學期高一數學科第一次期中考答案 (102-120)

範圍：翰林版數學 2.　第一、二章

一、單選題(1 題 5 分，共 10 分，每題錯一個選項得 5 分，錯二個選項得 2 分，錯三個以上選項得 0 分)

1. 2
2. 1

二、多選題(1 題 10 分，共 30 分，每題錯一個選項得 6 分，錯二個選項得 2 分，錯三個以上選項得 0 分)

3. 145
4. 1245
5. 14

三、選填題：第一部分 (1 題 6 分，共 30 分)

A. $\frac{3}{5}$　　B. 54　　C. $\frac{4}{5}$　　D. 73　　E. 88

四、選填題：第二部分 (1 題 5 分，共 20 分)

F. 16　　G.20　　H. 626　　I. 356

五、證明題(共 10 分)

(1) 當 $n=1$ 時，$2\times1-1=1^2$，原式成立 (2 分)

(2) 設 $n=k$ 時，原式成立，即 $1+3+5+7+\cdots\cdots+(2k-1)=k^2$ (2 分)

則 $n=k+1$ 時，

$1+3+5+\cdots\cdots+(2k-1)+[2(k+1)-1]$

$=k^2+2k+1=(k+1)^2$

所以 $n=k+1$ 時，原式也成立 (4 分)

故由數學歸納法可知，原式對所有正整數 n 均成立 (2 分)