

武陵高中 113 學年度第二學期高二數學 A 第二次期中考試題卷

班級： 座號： 姓名：

請將每題畫在答案卡相對應的位置，例如①表示答案卡位置1的欄位

一、多選題(每題8分，錯一個選項得6分，錯二個選項得4分，錯三個選項或未作答得0分)

1. (①) 已知空間中兩直線 L_1 、 L_2 和平面 E ，其中 $L_1 : \begin{cases} 2x+z=1 \\ y=0 \end{cases}$ ， $L_2 : \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = z$ ，

$E : 2x+3y+z+1=0$ ，試問下列敘述哪些正確？

- (1) 向量 $(1,0,2)$ 為直線 L_1 的一個方向向量
- (2) 向量 $(2,3,1)$ 為直線 L_2 的一個方向向量
- (3) 點 $(5,5,2)$ 在直線 L_2 上
- (4) L_1 與 E 交於一點
- (5) 平面 E 上過 $(1,-1,0)$ 之所有直線都與 L_2 垂直

2. (②) 今有2顆黑球、2顆白球、3顆紅球共7顆大小相同的球排成一列。設事件 A 為2顆黑球相鄰的事件，事件 B 為2顆白球不相鄰的事件，而事件 C 為紅球完全不相鄰的事件。試選出正確的選項。

- (1) $P(A) > P(B)$ (2) $P(C) = \frac{2}{7}$ (3) $P(B|A) = \frac{2}{7}$
- (4) $P(C|A) > 0.2$ (5) $P(C|B) \geq 0.35$

3. (③) 擲一公正骰子三次，點數依序為 a 、 b 、 c ，試問下列敘述哪些正確？

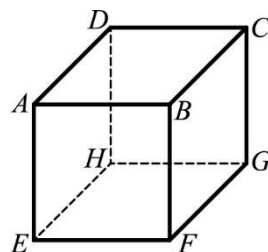
- (1) abc 是偶數的機率為 $\frac{7}{8}$ (2) $a+b+c$ 是奇數的機率 $\frac{1}{2}$
- (3) a 、 b 、 c 依序為等差數列的機率 $\frac{1}{12}$ (4) $a+b+c$ 為3的倍數的機率 $\frac{1}{3}$
- (5) $ab+c$ 為偶數的機率 $\frac{5}{8}$

二、填充題 (每小題 6 分，共 66 分)，答案為分數形式必須約分成最簡分數才給分

- 班上有 30 位學生，教室坐位編排為 6 排，每排 5 個位置，座位採抽籤方式決定，玉芝與家齊是好朋友，已知家齊抽到某一排最前面位置的條件下，玉芝抽到家齊隔壁(左或右)的機率為 $\frac{\textcircled{4}}{\textcircled{5}\textcircled{6}}$ 。
- 小策上學有三種方式分別為走路、騎單車、父母載，三種方式遲到的機率分別為 0.8、0.4、0.2，若今日遲到明日轉換成另外兩種方式的機率各 $\frac{1}{2}$ ，若準時到校，明日採相同方式上學。
 - 若是星期一走路上學，則星期二遲到的機率為 $0.\textcircled{7}$ 。
 - 若是星期一為父母載，則星期三也父母載的機率為 $0.\textcircled{8}$ 。
- 桌上有金額不同的四個紅包，可獲得其中一包的金額當獎金，規則如下，一次取一包，取後可以確認紅包內的金額，可選擇保留或放棄，保留則獲得該金額且不能再選取，放棄了可從未選取的紅包之中再擇一選取，亦可選擇保留或放棄，依此類推，聰明的小智擬定了一個策略，不管第一次抽到多少金額都選擇放棄，之後若是抽到高於第一次的金額就保留，則小智獲得四個紅包之中最高金額的機率為 $\frac{\textcircled{9}\textcircled{10}}{\textcircled{11}\textcircled{12}}$ 。
- 現有一列 10 個座位，編號 1~10，甲乙丙依序抽籤入座，籤筒內 1~10 號籤各一支，取後不放回，已知甲生抽到 4 的倍數的條件下，則丙生抽到與甲或乙相鄰的座位的機率為 $\frac{\textcircled{13}}{\textcircled{14}\textcircled{15}}$ 。
- 某班有 40 位學生，疫情期間，學校規定在學校日活動當天，每位學生只能有一位家長代表參加。當天班上有 40 位家長出席學校日，由服務隊的學生公告班上的座位表，請家長入班時依自己孩子的座號入座，並依序一次一位家長入班，第一位與第三位入班的家長並沒有看座位表，而是選了一個自己喜歡的座位入座（每個空座位被選到的機會均等，故也可能剛好選到他自己孩子的座位），爾後每位家長入班時，如果發現自己孩子的座位被坐走了，就會隨機選擇剩下的任一個空座位坐下（每個空座位被選到的機會均等），但若自己孩子的座位還空著，就會對號入座。已知第二位家長坐了自己孩子的座位，今天小恩的媽媽是第四位入班的家長，小恩的媽媽能坐到小恩座位的條件機率是 $\frac{\textcircled{16}\textcircled{17}}{\textcircled{18}\textcircled{19}}$ 。

6. 空間中， $\triangle ABC$ 的三頂點坐標為 $A(1,-2,4)$ ， $B(4,7,2)$ ， $C(x,y,0)$ ，當 $\triangle ABC$ 的周長最小時， $\triangle ABC$ 的面積為 $4\sqrt{\textcircled{20}\textcircled{21}}$ 。

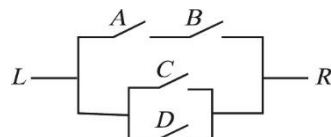
7. 附圖的正立方體中，已知直線 $AB: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{2}$ 與直線 $CG: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{-2}$ ，求四面體 $ABCG$ 的體積為 $\frac{\textcircled{22}\textcircled{23}\textcircled{24}}{\textcircled{25}}$ 。



8. 空間中有一直線 $L: \frac{x-1}{1} = \frac{2-y}{1} = \frac{z-3}{1}$ ， P 為 L 上的點，若 P 到 xy 平面、 yz 平面、 xz 平面的距離分別為 a 、 b 、 c ，則 $a+b+c$ 的最小值為 $\textcircled{26}$ 。

9. 網球單打比賽除了搶七外，在同一局的比賽中皆由同一人發球，直到該局結束。若沒有出現 Deuce (Deuce 是指雙方三分比三分平手時，需連得兩球才能拿下勝局)，則由先贏四球者獲得此局的勝利。經統計發現，當實力相當的兩方對決時，發球者贏得此球的機率較大，其機率為 $\frac{3}{4}$ 。假設每一球的輸贏互相獨立，試問：發球者在發球局中一路領先且沒有經過 Deuce (除了一開始 0:0 之後此局沒出現比數相同) 贏得此局的機率為 $\frac{\textcircled{27}\textcircled{28}\textcircled{29}\textcircled{30}}{2048}$ 。

10. 電流路線如右圖，路線中有 4 個開關，設 A 、 B 、 C 、 D 通過電流的機率分別為 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{2}{3}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{2}{3}$ ，且各開關的操作獨立，



試求電流從左端 L 流到右端 R 的機率為 $\frac{\textcircled{31}\textcircled{32}}{\textcircled{33}\textcircled{34}}$ 。

三、計算題(10分)

空間中有兩直線 $L_1: \frac{x-6}{3} = \frac{y-6}{2} = \frac{z-3}{-2}$ 、 $L_2: \frac{x-7}{-3} = \frac{y+7}{4} = \frac{z-1}{-1}$ ，在 L_1 上取一點 P ， L_2 上取一點 Q ，使

得 \overline{PQ} 為兩直線的公垂線段，試求：

(1) P 、 Q 兩點的坐標(各 3 分)

(2) 線段 \overline{PQ} 長度(4 分)

武陵高中 113 學年度第二學期高二數學 A 第二次期中考答案卷

班級： 座號： 姓名：

三、計算題(10分)

空間中有兩直線 $L_1: \frac{x-6}{3} = \frac{y-6}{2} = \frac{z-3}{-2}$ 、 $L_2: \frac{x-7}{-3} = \frac{y+7}{4} = \frac{z-1}{-1}$ ，在 L_1 上取一點 P ， L_2 上取一點 Q ，使

得 \overline{PQ} 為兩直線的公垂線段，試求：

(1) P 、 Q 兩點的坐標(各 3 分)

(2) 線段 \overline{PQ} 長度(4 分)

武陵高中 113 學年度第二學期高二數學 A 第二次期中考答案

班級： 座號： 姓名：

一、多選題

1	2	3
235	2	1234

二、填充題

1	2(1)	2(2)	3	4	5
$\frac{5}{87}$	0.4	0.7	$\frac{11}{24}$	$\frac{7}{18}$	$\frac{37}{39}$
6	7	8	9	10	
$4\sqrt{10}$	$\frac{125}{6}$	5	$\frac{1053}{2048}$	$\frac{67}{81}$	

三、計算題(10分)

空間中有兩直線 $L_1: \frac{x-6}{3} = \frac{y-6}{2} = \frac{z-3}{-2}$ 、 $L_2: \frac{x-7}{-3} = \frac{y+7}{4} = \frac{z-1}{-1}$ ，在 L_1 上取一點 P ， L_2 上取一點 Q ，使得 \overline{PQ} 為兩直線公垂線段

(1) P 、 Q 兩點的座標(各 3 分)

(2) 線段 \overline{PQ} 長度(4 分)

(1)

設 $P(6+3t, 6+2t, 3-2t)$ $Q(7-3s, -7+4s, 1-s)$

L_1 的方向向量 $(3, 2, -2)$ ， L_2 的方向向量 $(-3, 4, -1)$

$$\overrightarrow{PQ} \cdot (3, 2, -2) = 0 \Rightarrow s - 17t = 19$$

$$\overrightarrow{PQ} \cdot (-3, 4, -1) = 0 \Rightarrow 26s - t = 53$$

$$\Rightarrow s = 2, t = -1$$

$$P(3, 4, 5) \quad Q(1, 1, -1)$$

(2)

$$\overrightarrow{PQ} = |(-2, -3, -6)| = 7$$