301～318，320

武陵高中 110 學年第二學期第一次期中考高三數學(數甲)題目卷

要在「答案卷」上作答

計算題(20%，每題 10 分，要有過程，否則該題 0 分)

1. 坐標平面上，拋物線$\Gamma_1:(x-1)^2=32(y+4)$，橢圓Γ_2的兩焦點就是拋物線Γ_1的頂點與焦點，Γ_2的長軸長為 10，求橢圓Γ_2的方程式？

2. 坐標平面上，雙曲線的漸近線為$2x-y=0$與$2x+y=0$，且其中一焦點為$F(5,0)$，求此雙曲線方程式？

填充題(50%，每題 5 分，未化成最簡 0 分、未完全答對的題目 0 分)

3. 橢圓Γ_1：$\dfrac{(x-1234)^2}{99}+\dfrac{(y-4321)^2}{9}=1$的兩焦點為$F_1$、$F_2$，有一雙曲線$\Gamma_2$與橢圓$\Gamma_1$有共同的焦點$F_1$、$F_2$，且雙曲線$\Gamma_2$的貫軸長與橢圓$\Gamma_1$的短軸長相等，若$P$為$\Gamma_1$與$\Gamma_2$的一個交點，求$\overline{PF_1}\times\overline{PF_2}$之值為__________

4. 一星球繞太陽運行的軌道為一個橢圓，而且太陽位在橢圓的一個焦點上．當此星球運行到長軸上的兩個頂點時，距離太陽較近的長軸上的頂點稱為近日點，距離太陽較遠的長軸上的頂點稱為遠日點．若遠日點到太陽之距離恰好為橢圓之短軸長的 5 倍，求橢圓的短軸長是其近日點到太陽之距離的__________倍

5. 橢圓：$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ 與 x 軸正向交點為 A，與 y 軸正向交點為 B，P 為橢圓上第一象限的點，使四邊形 $OAPB$ 面積最大(O 為原點)，求四邊形 $OAPB$ 面積的最大值為__________

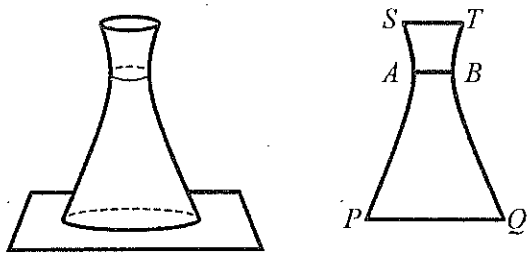
6. 將橢圓Γ_1：$\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{2}=1$ 以原點為中心，依逆時針方向旋轉 45°後，得到橢圓Γ_2的方程式為 $ax^2+bxy+cy^2-16=0$，a,b,c 為固定實數，求 $a+b+c=$__________

7. 拋物線的對稱軸與 x 軸平行，且拋物線過$(0,1)$, $(-1,2)$, $(0,3)$, $(t,4)$四點，求實數 t 之值為__________

8. P 點為橢圓 $\frac{(x-1)^2}{9}+\frac{(y+2)^2}{16}=1$ 上的點，求 P 點到直線 $x-y-10=0$ 的距離的最小值為__________

背面有題

9. 圖一為一花瓶，其側面的截面圖為雙曲線，如圖二所示。其中頸部 $\overline{AB}$ 為雙曲線的貫軸，且與 $\overline{ST}$、$\overline{PQ}$ 互相平行。已知 $\overline{AB}=12$ 公分，$\overline{ST}=18$ 公分，$\overline{PQ}=42$ 公分，且 $\overline{AB}$ 與 $\overline{ST}$ 的距離為 15 公分，求花瓶的高為＿＿＿＿＿公分



圖一　　圖二

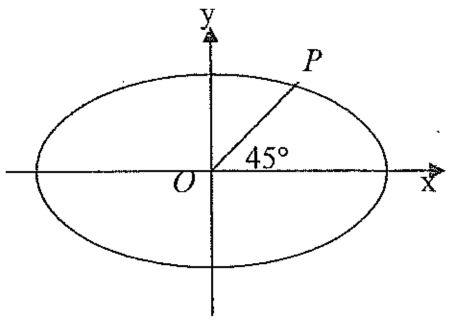
10. 橢圓 $\Gamma_1: \dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$ 的兩焦點為 F_1、F_2，有一雙曲線 Γ_2 與橢圓 Γ_1 有共同的焦點 F_1、F_2，且雙曲線 Γ_2 過點 $P(4,1)$，求雙曲線 Γ_2 的共軛軸長為＿＿＿＿＿

11. 已知 $P(a,b)$ 為拋物線 $\Gamma:(y-2)^2=-4(x+1)$ 上一點，若 F 為拋物線 Γ 的焦點，且 $\overline{PF}=6$，求實數 $a=$＿＿＿＿＿

12. 雙曲線 $\left|\sqrt{(x-7)^2+y^2}-\sqrt{(x+7)^2+y^2}\right|=10$ 上一點 P 到焦點 $F(7,0)$ 的距離為 6，Q 是 $\overline{PF}$ 的中點，O 是坐標原點，求 $\overline{OQ}$ 長為＿＿＿＿＿

多重選擇題(30%，每題10分，每題只錯一個選項得5分，錯超過一個選項得0分)

13. 坐標平面上，有一橢圓$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$



$(a>0,b>0)$，如圖所示，通過橢圓中心O且與x軸夾角為45°的直線在第一象限跟橢圓相交於P點。選出正確的選項?

(1)P點坐標為$(a\cos 45°, b\sin 45°)$

(2)$\overline{OP}=\sqrt{\dfrac{a^2+b^2}{2}}$

(3)$\overline{OP}=\sqrt{\dfrac{2a^2b^2}{a^2+b^2}}$

(4)將橢圓$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$以原點為中心，沿著x軸方向伸縮3倍、沿著y軸方向伸縮2倍，得到新橢圓的方程式為$\dfrac{x^2}{9a^2}+\dfrac{y^2}{4b^2}=1$

14. 坐標平面上，雙曲線$9y^2-4x^2+18y+16x-43=0$，選出正確的選項?

(1)頂點坐標為$(-1,-1)$，$(5,-1)$

(2)共軛軸長為6

(3)兩焦點為$(2,-1+\sqrt{13})$，$(2,-1-\sqrt{13})$

(4)兩漸近線斜率乘積為$\dfrac{-9}{4}$

15. 坐標平面上，方程式$y^2+4x+4y=0$之圖形，選出正確的選項?

(1)頂點為$(1,-2)$

(2)焦點為$(1,-3)$

(3)準線方程式為$x-1=0$

(4)對稱軸方程式為$y+2=0$

背面有題

平均：70

教師用解答

301－318，320

武陵高中 110 學年第二學期第一次期中考高三數學(數甲)答案卷

班級:　　　　姓名:　　　　座號:

計算題(20%，每題 10 分，要有過程，否則該題 0 分)

1	2
橢圓兩焦點 $(1,-4),(1,4)$ (3 分) $c=4,a=5\Rightarrow b=3$ (3 分) $\dfrac{(x-1)^2}{9}+\dfrac{y^2}{25}=1$ (4 分)	中心$(0,0)$ (1 分) 雙曲線$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ 漸近線$bx\pm ay=0$,　$b:a=2:1$ (2 分) $c^2=a^2+b^2$ $c=5\Rightarrow a=\sqrt{5},b=2\sqrt{5}$ (3 分) $\dfrac{x^2}{5}-\dfrac{y^2}{20}=1$ (4 分)

填充題(50%，每題 5 分，未化成最簡 0 分、未完全答對的題目 0 分)

3	4	5	6	7
90	20	$3\sqrt{2}$ ($\sqrt{18}$也對)	4	3
8	**9**	**10**	**11**	**12**
$\sqrt{2}$	60	2	-6	8

多重選擇題(30%，每題 10 分，每題只錯一個選項得 5 分，錯超過一個選項得 0 分)

13	14	15
34	23	14