

桃園市立武陵高中 111 學年度第 1 學期第 1 次段考高二(A)數學科試卷

一、多選題(每題 10 分，每題答錯 1 個選項得 6 分，答錯 2 個選項得 2 分，答錯 3 個以上選項 0 分)

1. 設 $a = \log_{0.2} 0.3, b = \log_2 0.3$ ，則下列何者正確？

(1) $a > 1$ (2) $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ (3) $ab < 0$ (4) $a + b < 0$ (5) $ab < a + b$

2. 某工廠產生的廢氣經過過濾後排放，過濾過程中廢氣的剩餘污染物數量 P (mg/L) 與過濾開始後的時間 t (小時) 的關係為 $P_t = P_0 \times 10^{-kt}$ ，其中 P_0 為過濾開始時廢氣的污染物數量， k 為常數。如果過濾開始後經過 5 個小時消除了 10% 的污染物，則下列敘述何者正確？(參考資料： $\log 2 = 0.30$ ， $\log 3 = 0.48$)

- (1) $k = \frac{1}{5} \log 0.9$ (2) $P_t = P_0 \times 0.9^{\frac{t}{5}}$
- (3) 隨著時間增加，每個小時減少的污染物的量愈來愈少
- (4) 過濾開始後 30 小時，污染物可減少 50% 以上
- (5) 過濾開始後至少要超過 4 天，污染物才可以減少 90% 以上

3. 關於指數函數或對數函數圖形的敘述，下列哪些選項是正確的？

- (1) $y = 2022^x$ 的圖形恆在 $y = 111^x$ 的上方
- (2) $y = \log_{111} x$ 與 $y = 111^x$ 的圖形對稱於 $y = x$
- (3) $y = \log_2 |x|$ 的圖形對稱軸為 x 軸
- (4) 方程式 $2^x = x^2$ 有 3 個解
- (5) $y = \log_{2022} (x^2 - 10x + 20)$ 的圖形與 x 軸不相交

二、填充題

答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8
得分	8	16	23	30	36	42	46	49

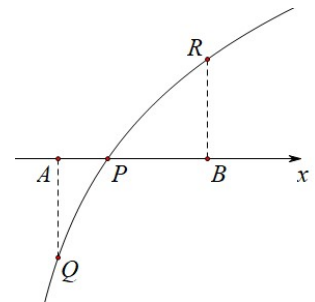
1. 設 $\log x = 5.6789$ ，若 x 的整數部分有 n 位數，首位數字為 m ，則 $m+n = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
(參考資料： $\log 2 = 0.30$ ， $\log 3 = 0.48$)

2. 已知 $\log_{18} 9 = a$ ， $18^b = 5$ ，則 $\log_{36} 45 = \underline{\hspace{2cm}}$ (以 a, b 表示)

3. 若 $2^a = 5^b$ ，且 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 2$ ，則 $2^a \cdot 5^b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 計算 $\log 5 \cdot (\log 8 + \log 1000) + 3(\log 2)^2 + \log \frac{1}{6} + \log 0.06$ 之值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

5. 曲線 $y = \log_a x$ 的部分圖形與 x 軸的關係如圖所示，其中 A, P, B 為 x 軸上的相異三點，且 $\overline{BP} = 2\overline{PA}$ ，過 A, B 分別作 x 軸的垂線，並交曲線 $y = \log_a x$ 的圖形於 Q, R ，且 $\overline{AQ} = \overline{BR}$ ，則 $\overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

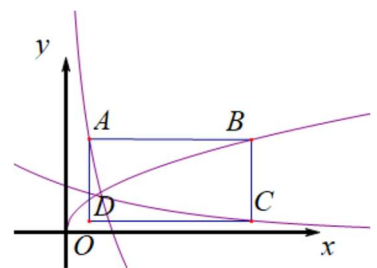


6. 若實數 a 滿足 $3^x + x - 2 = 0$ ，實數 b 滿足 $\log_3 x + x - 2 = 0$ ，則 $a + b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

7. 如圖，矩形 $ABCD$ 的三個頂點 A, B, C 分別在函數

$y = \log_{\frac{\sqrt{2}}{2}} x$, $y = x^{\frac{1}{2}}$, $y = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^x$ 的圖形上，且矩形的邊分別平行

於兩坐標軸。若 A 點的 y 坐標為 2，則 D 點的坐標為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



8. 已知 $5^5 < 8^4$ ， $13^4 < 8^5$ ，設 $a = \log_5 3$ ， $b = \log_8 5$ ， $c = \log_{13} 8$ ，則 a, b, c 的大小關係為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

三、計算與證明題

1. 設 $a > 0, a \neq 1$ ， x, y 均為正數，證明 $\log_a x - \log_a y = \log_a \frac{x}{y}$ 。(7 分)
2. 我們知道，聲音通過空氣傳播時會引起區域性的壓強值改變，物理學中稱為“聲壓”，用 P 表示（單位：Pa（帕）），“聲壓級” S （單位：dB（分貝））表示聲壓的相對大小。已知 S 與“某聲音的聲壓 P 與基準聲壓 $P_0 = 2 \times 10^{-5} Pa$ 的比值的常用對數（以 10 為底的對數）值成正比”，即 $S = k \cdot \log \frac{P}{2 \times 10^{-5}}$ （ k 為常數）。當聲壓級 S 提高 60dB 時，聲壓 P 會變為原來的 1000 倍。
 - (1) k 之值為何？(6 分)
 - (2) 已知兩個不同的聲源產生的聲壓 P_1, P_2 疊加後得到的總聲壓 $P = \sqrt{P_1^2 + P_2^2}$ 。現窗外同時有兩個聲壓級為 40dB 的聲源，在不考慮其他因素的情況下，請問這兩個聲源疊加後聲壓級為多少分貝？（參考資料： $\log 2 \approx 0.3$ ）(8 分)

桃園市立武陵高中 111 學年度第 1 學期第 1 次段考高二(A)數學科試卷

一、多選題(每題 10 分，每題答錯 1 個選項得 6 分，答錯 2 個選項得 2 分，答錯 3 個以上選項 0 分)

1	2	3
(3)(4)(5)	(2)(3)(5)	(2)(4)

二、填充題

答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8
得分	8	16	23	30	36	42	46	49

1	2	3
10	$\frac{b+a}{2-a}$	10
4	5	6
1	$\frac{3}{2}$	2
7	8	
$\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$	$a < b < c$	

三、計算與證明題

1.(7 分)

2.(1)6 分(2)8 分

答案：(1)20 (2)43