

桃園市立武陵高中 113 學年度第二學期

高三數乙期末考（適用班級：317、318、319、320 數乙班）

一、【多選題】：每題 10 分，2 題共 20 分。（每題至少有 1 個選項是正確的，答錯 1 個選項者，得 6 分；答錯 2 個選項者，得 2 分；答錯多於 2 個選項者，該題以 0 分計算。）

①. ( ) 小祥投擲一個不公正的六面骰子，其出現 3 點、4 點、6 點的機率分別為各點數之倒數，而其餘的 1 點、2 點、5 點則出現的機會均等，令隨機變數  $X$  為投擲此骰一次所出現的點數，令隨機變數  $Y$  為投擲此骰一次所出現點數的平方，請選出正確的選項。

(1).  $P(X=1) = \frac{1}{12}$ 。

(2).  $E(X) = \frac{11}{3}$ 。

(3).  $P(Y=4) = \frac{1}{4}$ 。

(4).  $E(Y) = \frac{44}{3}$ 。

(5).  $Var(X) = \frac{11}{9}$ 。

②. ( ) 小翔投擲一枚特製硬幣時，每次出現正面的機率為  $\frac{2}{7}$ ，出現反面的機率為  $\frac{5}{7}$ ，且每次投擲結果互相獨立。令隨機變數  $X$  為連續投擲該枚硬幣 10 次所出現的正面次數，請參考答案卷上附表 1 提供之數據，請選出正確的選項。

(1).  $0.007 < P(X \geq 6) < 0.008$ 。

(2). 投擲 10 次所出現的反面次數為 4 次的機率不到 3%。

(3). 設隨機變數  $Y \sim B\left(10, \frac{5}{7}\right)$ ，則  $P(Y \leq 4) < P(X \leq 4)$ 。

(4).  $X$  的期望值為  $\frac{20}{7}$ 。

(5).  $X^2$  的期望值為  $\frac{240}{49}$ 。

二、【選填題】：每題 6 分，10 題共 60 分。

1. 設  $p$  為實數，下表為隨機變數  $X$  的機率分布表，則  $p = \frac{\textcircled{3}}{\textcircled{4}}$ 。

$x$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$
$p(x)$	$\frac{1}{2}$	$p^2$	$p$	$\frac{1}{6}p$

2. 設隨機變數  $X$  的取值為 0、1、2、3、4、5，且對  $k=0、1、2、3、4、5$ ， $P(X=k) = \frac{C_k^5 \times 2^5 \times 5^k}{7^5 \times 2^k}$ ，  
則期望值  $E(X) = \frac{\textcircled{5}\textcircled{6}}{\textcircled{7}}$ 。

3. 設有一組編上 1 到 10 號的卡牌，其中：1 號卡牌有 1 張、2 號卡牌有 2 張、 $\dots$ 、 $k$  號卡牌有  $k$  張、 $\dots$ 、10 號卡牌有 10 張，今隨機抽出一張卡牌，且每張卡牌被抽到的機會均等，則抽到的卡牌號碼期望值為  $\textcircled{8}$ 。

4. 連續投擲兩個公正骰子 2 次，令隨機變數  $X$  為兩個骰子的點數和為 3 的倍數所出現的次數，  
則  $X$  的標準差為  $\frac{\textcircled{9}}{\textcircled{10}}$ 。

5. 設隨機變數  $X$  滿足  $E(X+5) = \frac{17}{2}$ 、 $E(aX) = 42$ 、 $Var(aX+5) = 196$ ，求  $Var(X) = \frac{\textcircled{11}\textcircled{12}}{\textcircled{13}\textcircled{14}}$ 。

6. 設某射擊選手每次射擊而擊中目標的機率皆為  $p$ ，每次射擊的結果互相獨立。若他連續射擊 5 次，恰擊中目標 3 次的機率是恰擊中目標 2 次的機率之 4 倍，求  $p = \frac{\textcircled{15}}{\textcircled{16}}$ 。

7. 附表為內政部統計全台灣 15 歲~19 歲的人口（以下簡稱青少年）在一年內的死亡率（單位：千分比）。阿霞保險公司原本針對此年齡層的青少年推出保額為 100 萬元、保費為 1000 元的一年期人壽保險，但考慮不同縣市與性別的死亡率不同，因此在部分死亡率較低的縣市（如：桃園市），推出調降保費優惠的行銷策略，若希望調降保費後的保單之利潤期望值仍維持不變，則針對桃園市的女性青少年所推出的優惠保單之保費應降為 ⑰⑱⑲ 元。

人口死亡率（‰）		
區域別	性別	15 歲 ~ 19 歲
全台灣 總計	合計	0.37
	男	0.44
	女	0.28
桃園市	合計	0.31
	男	0.36
	女	0.26

【8.~10.】為題組題：

假設袋中有三個藍球、四個白球，今隨機自袋中取球，每次取兩球，取後放回，且每球被取出的機會均等，試回答下列問題：

8. 第 1 次取球的結果為一個藍球、一個白球的機率為  $\frac{\textcircled{20}}{\textcircled{21}}$ 。

9. 連續取球 3 次，其中有 2 次取球的結果為一個藍球、一個白球的機率為  $\frac{\textcircled{22}\textcircled{23}\textcircled{24}}{\textcircled{25}\textcircled{26}\textcircled{27}}$ 。

10. 令隨機變數  $Y$  為連續取球 10 次，取出的結果為一個藍球、一個白球的次數，請參考答案卷上附表 1 提供之數據，估計  $P(Y \leq 4)$  的值並將答案四捨五入至小數點後第 4 位為 0.28293031。

三、【混合題】3 題，共 20 分。

一隻青蛙位於坐標平面上的原點，每次跳躍時，隨機朝上、朝右、朝右上選擇一個方向跳到下一個格子點 ( $x$ 、 $y$  坐標均為整數的點)，如：當青蛙位於  $(0,0)$  時，跳躍 1 次後，出現在  $(1,0)$ 、 $(1,1)$ 、 $(0,1)$  的機率各為  $\frac{1}{3}$ 。設隨機變數  $X$  為青蛙跳躍 5 次後停留位置的  $x$  坐標。

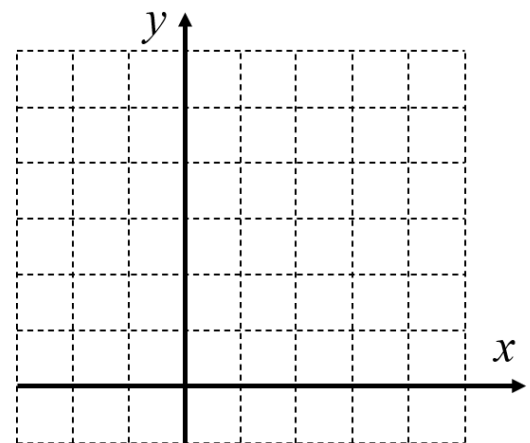
1. ( ) 【單選題】青蛙停留位置在直線  $y = x$  上的機率為下列哪一個選項。(6 分)

(1).  $\frac{16}{81}$ 。 (2).  $\frac{49}{243}$ 。 (3).  $\frac{50}{243}$ 。 (4).  $\frac{17}{81}$ 。 (5).  $\frac{52}{243}$ 。

2. 【填充題】計算並化簡  $E(X) =$  【           】。(6 分)

3. 【計算題】標示出青蛙停留位置在拋物線  $y = x^2$  上方 (含邊界上) 所有可能的坐標 (3 分) 以及停留在這些坐標上的機率總和 (5 分)。

(計算題須有完整計算過程或說明才能給分)



# 桃園市立武陵高中 113 學年度第二學期高三數乙期末考

## (適用班級：317、318、319、320 數乙班)\_答案卷

範圍：機率統計（翰林版 數乙下 第三章）

班級：\_\_\_\_\_ 座號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_ 成績：\_\_\_\_\_

附表 1—二項分布的機率分布表之參考估計值

1. 表格中的累積機率表示從成功次數 0 次至  $k$  次的機率質量函數值的和。

2. 表格中的「 $aEb$ 」是科學記號的表示法，表示「 $a \times 10^b$ 」的數值，

例如表格中的「 $3.54013E-09$ 」即表示「 $3.54013 \times 10^{-9}$ 」的數值。

二項分布 $X \sim B(10, 1/7)$		
實驗次數	每次成功的機率	
10	$\frac{1}{7}$	
成功次數	機率質量函數	累積機率
0	0.214058316	0.2140583
1	0.356763859	0.5708222
2	0.267572895	0.8383951
3	0.118921286	0.9573164
4	0.034685375	0.9920017
5	0.006937075	0.9989388
6	0.000963483	0.9999023
7	9.17603E-05	0.999994
8	5.73502E-06	0.999998
9	2.12408E-07	1
10	3.54013E-09	1

二項分布 $X \sim B(10, 2/7)$		
實驗次數	每次成功的機率	
10	$\frac{2}{7}$	
成功次數	機率質量函數	累積機率
0	0.034571613	0.0345716
1	0.138286452	0.1728581
2	0.248915614	0.4217737
3	0.265509988	0.6872837
4	0.185856992	0.8731407
5	0.089211356	0.962352
6	0.029737119	0.9920891
7	0.006797056	0.9988862
8	0.001019558	0.9999057
9	9.06274E-05	0.9999964
10	3.6251E-06	1

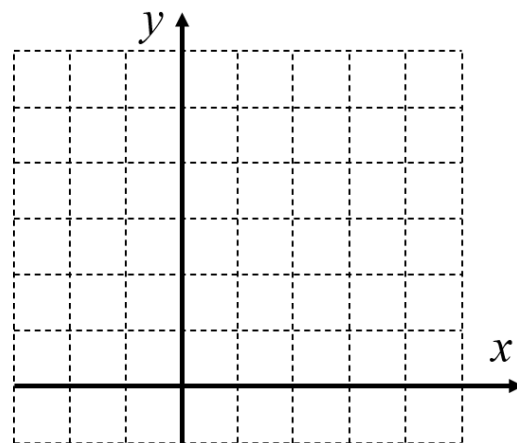
二項分布 $X \sim B(10, 3/7)$		
實驗次數	每次成功的機率	
10	$\frac{3}{7}$	
成功次數	機率質量函數	累積機率
0	0.003712099	0.003712099
1	0.02784074	0.031552839
2	0.093962498	0.125515337
3	0.187924996	0.313440333
4	0.246651557	0.56009189
5	0.221986401	0.782078291
6	0.138741501	0.920819792
7	0.059460643	0.980280435
8	0.016723306	0.997003741
9	0.002787218	0.999790959
10	0.000209041	1

三、【混合題】：3 題共計 20 分。(計算題須有完整計算過程或說明才能給分)

1. 【單選題】：【                      】。(6 分)

2. 【填充題】：【                      】。(6 分)

3. 【計算題】：標示出青蛙停留位置在拋物線  $y = x^2$  上方 (含邊界上) 所有可能的坐標 (3 分) 以及停留在這些坐標上的機率總和 (5 分)。



# 桃園市立武陵高中 113 學年度第二學期高三數乙期末考

## (適用班級：317、318、319、320 數乙班) 解答卷

一、【多選題】：每題 10 分，2 題共 20 分。(每題至少有 1 個選項是正確的，答錯 1 個選項者，得 6 分；答錯 2 個選項者，得 2 分；答錯多於 2 個選項者，該題以 0 分計算。)

1. 答案：1、2

2. 答案：2、3、4

二、【選填題】：每題 6 分，10 題共 60 分。

1. $\frac{1}{3}$	2. $\frac{25}{7}$	3. 7	4. $\frac{2}{3}$	5. $\frac{49}{36}$
6. $\frac{4}{5}$	7. 890	8. $\frac{4}{7}$	9. $\frac{144}{343}$	10. 0.2179

三、【混合題】：3 題共計 20 分。(計算題須有完整計算過程或說明才能給分)

1. 【單選題】：【 D 】。(6 分)

2. 【填充題】：【  $\frac{10}{3}$  】。(6 分)

3. 【計算題】：標示出青蛙停留位置在拋物線  $y = x^2$  上方(含邊界上)所有可能的坐標(3 分)以及停留在這些坐標上的機率總和(5 分)。

如圖：青蛙停留位置可能為：(0,5)、(1,5)、(2,5)、(1,4)

、(2,4)，停留在這些坐標上的機率總和為：

$$\left(\frac{1}{3}\right)^5 + 5\left(\frac{1}{3}\right)^5 + 10\left(\frac{1}{3}\right)^5 + 5\left(\frac{1}{3}\right)^5 + 20\left(\frac{1}{3}\right)^5 = \frac{41}{243}$$

