

(216-220)

國立武陵高中 106 學年(下)二年級社會組數學科第二次期中考
範圍：第四冊第二章、3-1、3-2、3-3 (轉移矩陣) 題目卷

一、單選題：(每題 5 分，共 10 分)

1. 空間中，設直線 L 的方程式為 $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+3}{-2}$ ，則下列哪一平面與 L 平行？

- (1) $x+3y-2z=4$ (2) $2x-4y-5z=7$ (3) $2x-3y-z=4$
 (4) $x+3y-2z=7$ (5) $4x-2y-z=1$

2. 已知直線 $L: \begin{cases} 2x+y-z=4 \\ x+3y+2z=7 \end{cases}$ 的對稱比例式為 $\frac{x-1}{a} = \frac{y-y_0}{-1} = \frac{z-z_0}{c}$ ，則 $a+c+y_0+z_0$ 之值為何？

- (1) -4 (2) -2 (3) 0 (4) 2 (5) 4

二、多重選擇題：(每題 8 分，錯一個選項得 5 分，錯二個選項得 2 分，錯三個選項以上得 0 分)

1. 矩陣 $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 3 & 1 & -1 \\ -2 & -4 & 7 & 9 \end{bmatrix}$ 經過一系列的列運算後可以化成下列哪些矩陣？

- (1) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 7 & 7 \end{bmatrix}$ (2) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 7 & 7 \end{bmatrix}$ (3) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ (4) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ (5) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 3 & 1 & -1 \\ 2 & 4 & 0 & -2 \end{bmatrix}$

2. 空間中，以下敘述何者正確？

(1) $x-2y=1$ 表示一直線 (2) $\begin{cases} x-2y=4 \\ x+2y=6 \end{cases}$ 表示一點 (3) $\begin{cases} x+2y-3z=4 \\ 2x+4y-6z=3 \end{cases}$ 表示一直線

(4) $\frac{x}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{3}$ 與 $\begin{cases} x=4+4t \\ y=-3-2t, t \in R \\ z=8+6t \end{cases}$ 表示同一直線 (5) $\begin{cases} x-y+2z=4 \\ 2x-y+2z=1 \\ 5x-3y+6z=6 \end{cases}$ 表示一直線

三、填充題：(每格 6 分，共 60 分)

1. 已知矩陣 $B = [b_{ij}]_{2 \times 3}$ ，其中 $b_{ij} = i^2 + ij + j$ ，求矩陣 B 為_____。
2. 設 $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}$ ， $B = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ -4 & 0 \end{bmatrix}$ ， $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ，矩陣 X 滿足 $3(X + A - 2B) = X + I$ ，則 $X =$ _____。
3. 已知兩個 2 階方陣 X 及 Y 滿足： $X + Y = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ ， $X - Y = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ ，試求 $X^2 - Y^2 =$ _____。
4. 方程組 $\begin{cases} x + y + z = 12 \\ 2x - 2y - z = 0 \\ x + 2y - 5z = 0 \end{cases}$ 的解為_____。
5. 一架戰鬥機在點 $P(60, 70, 120)$ 處發生故障，所以沿著直線 $L: \frac{x-60}{1} = \frac{y-70}{2} = \frac{z-120}{2}$ 的方向，以每秒 20 單位的速度向海平面 (xy 平面) 俯衝，則飛機在_____秒後接觸到海平面。
6. 空間中兩直線 $L_1: \frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-1}{2}$ ， $L_2: \begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$ ， t 為實數。
 - (1) 試求兩直線的交點坐標_____。
 - (2) 試求包含兩直線的平面方程式_____。
7. 空間中有一直線 L 通過 $A(0, 1, 3)$ ， $B(3, 3, 2)$ 兩點，若 L 與平面 $E: ax + by - 2z = c$ 垂直且交於點 $H(p, q, 4)$ ，則數對 $(a, b, c) =$ _____。

8. 小明上學只有甲、乙兩條路線可選。他選擇路線的原則是：若某日走甲路線，則次日以丟一公正骰子決定，出現 1、2 點走甲路線，出現 3、4、5、6 點走乙路線；若某日走乙路線，則次日以丟一公正硬幣決定，出現正面走甲路線，出現反面走乙路線。
- (1) 若小明今天走甲路線上學，則「大後天」走甲路線上學的機率為_____。
- (2) 長期而言，小明走甲路線上學的機率為_____。

四、計算題：(共 14 分)

1. 設 $A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$,

(1) 試證： $A^2 - 6A + 9I_2 = O_2$ 。(4 分)

(2) 由(1)得 $A^2 - 6A + 9I_2 = O_2 \xrightarrow{\textcircled{1}} (A - 3I_2)^2 = O_2 \xrightarrow{\textcircled{2}} A - 3I_2 = O_2 \xrightarrow{\textcircled{3}} A = 3I_2$ 。

此推導結果顯然是錯的，試問上述 ①②③ 三步驟，哪一步發生錯誤？(2 分)

2. 利用矩陣列運算，就實數 a, b 之值討論方程組 $\begin{cases} x - y - z = 1 \\ x + y - z = b \\ 2x + 4y + az = 3 \end{cases}$ 的解，並寫出其解。(8 分)

國立武陵高中 106 學年(下)二年級社會組數學科第二次期中考
範圍：第四冊第二章、3-1、3-2、3-3（轉移矩陣） 答案卷

班級：____ 座號：____ 姓名：_____

一、單選題：(每題 5 分，共 10 分)

1.	2.
----	----

二、多重選擇題：(每題 8 分，錯一個選項得 5 分，錯二個選項得 2 分，錯三個選項以上得 0 分)

1.	2.
----	----

三、填充題：(每格 6 分，共 60 分)

1.	2.	3.	4.
5.	6.(1)	6.(2)	7.
8.(1)	8.(2)		

四、計算題：(共 14 分)

1. 設 $A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$,

(1) 試證： $A^2 - 6A + 9I_2 = O_2$ 。(4 分)

(2) 由(1)得 $A^2 - 6A + 9I_2 = O_2 \xrightarrow{\textcircled{1}} (A - 3I_2)^2 = O_2 \xrightarrow{\textcircled{2}} A - 3I_2 = O_2 \xrightarrow{\textcircled{3}} A = 3I_2$ 。

此推導結果顯然是錯的，試問上述 ①②③ 三步驟，哪一步發生錯誤？(2 分)

2. 利用矩陣列運算，就實數 a, b 之值討論方程組 $\begin{cases} x - y - z = 1 \\ x + y - z = b \\ 2x + 4y + az = 3 \end{cases}$ 的解，並寫出其解。(8 分)

國立武陵高中 106 學年(下)二年級社會組數學科第二次期中考
 範圍：第四冊第二章、3-1、3-2、3-3 (轉移矩陣) 答案卷

班級：____ 座號：____ 姓名：_____

一、單選題：(每題 5 分，共 10 分)

1. (5)	2. (5)
---------------	---------------

二、多重選擇題：(每題 8 分，錯一個選項得 5 分，錯二個選項得 2 分，錯三個選項以上得 0 分)

1. (1)(3)	2. (4)(5)
------------------	------------------

三、填充題：(每格 6 分，共 60 分)

1. $\begin{bmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 7 & 10 & 13 \end{bmatrix}$	2. $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{21}{2} \\ -\frac{15}{2} & -7 \end{bmatrix}$	3. $\begin{bmatrix} 6 & 10 \\ 17 & 21 \end{bmatrix}$	4. $\left(\frac{16}{3}, 4, \frac{8}{3}\right)$
5. 9	6.(1) (2,5,3)	6.(2) $2x - y - z = -4$	7. (6,4,-30)
8.(1) $\frac{23}{54}$	8.(2) $\frac{3}{7}$		

四、計算題：(共 14 分)

1. 設 $A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$,

(1) 試證： $A^2 - 6A + 9I_2 = O_2$ 。(4 分)

(2) 由(1)得 $A^2 - 6A + 9I_2 = O_2 \xrightarrow{\textcircled{1}} (A - 3I_2)^2 = O_2 \xrightarrow{\textcircled{2}} A - 3I_2 = O_2 \xrightarrow{\textcircled{3}} A = 3I_2$ 。

此推導結果顯然是錯的，試問上述 ①②③ 三步驟，哪一步發生錯誤？(2 分)

(2) ② 錯了

2. 利用矩陣列運算，就實數 a, b 之值討論方程組 $\begin{cases} x - y - z = 1 \\ x + y - z = b \\ 2x + 4y + az = 3 \end{cases}$ 的解，並寫出其解。(8 分)

(1) $a \neq -2$ 時，方程組恰一解 $(1 + \frac{b-1}{2} + \frac{8-3b}{a+2}, \frac{b-1}{2}, \frac{8-3b}{a+2})$

(2) $a = -2$ 且 $b = \frac{8}{3}$ 時，方程組無限多解 $(\frac{11}{6} + t, \frac{5}{6}, t), t \in R$

(3) $a = -2$ 且 $b \neq \frac{8}{3}$ 時，方程組無解