

市立武陵高級中學 106 學年度第一學期高二社會組數學期末試題題目卷

範圍：2-2、2-3、3-4、柯西不等式

一、多選題(6分，錯一個選項4分，錯兩個選項得2分，錯三個選項以上或未作答者得0分)

1. () 若聯立方程組 $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ 有唯一解(5,4)，是選出下列正確的敘述：

(A) $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = 0$

(B) $\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$

(C) $5a_1 + 4b_1 = c_1$

(D) $\begin{cases} (a_1 + b_1)x + b_1y = c_1 \\ (a_2 + b_2)x + b_2y = c_2 \end{cases}$ 有唯一解(2,4)

(E) $\begin{cases} c_1x + (5a_1 + 4b_1)y = c_1 \\ c_2x + (5a_2 + 4b_2)y = c_2 \end{cases}$ 有唯一解(3,5)

二、填充題(64%，依下表敘述給分)

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
分數	10	20	28	36	42	48	52	56	60	62	64

1. (1) 試問 $\begin{vmatrix} 12 & 57 \\ 21 & 73 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}$ (2) 若已知 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = 5$ ，則 $\begin{vmatrix} 3b-2a & a+b \\ 3d-2c & c+d \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}$

2. 已知圓 $C: (x-2)^2 + (y-3)^2 = 18$ ，且直線 $L: x+y=k$ 與圓 C 相交，若實數 k 的最大值為 M 與最小值為 n ，試求 $(M,n) = \underline{\hspace{2cm}}$

3. 若 x, y 為實數，且 $2x+3y=5$ 。試求當 $2x^2+3y^2$ 為可能的最小值時， $(x,y) = \underline{\hspace{2cm}}$

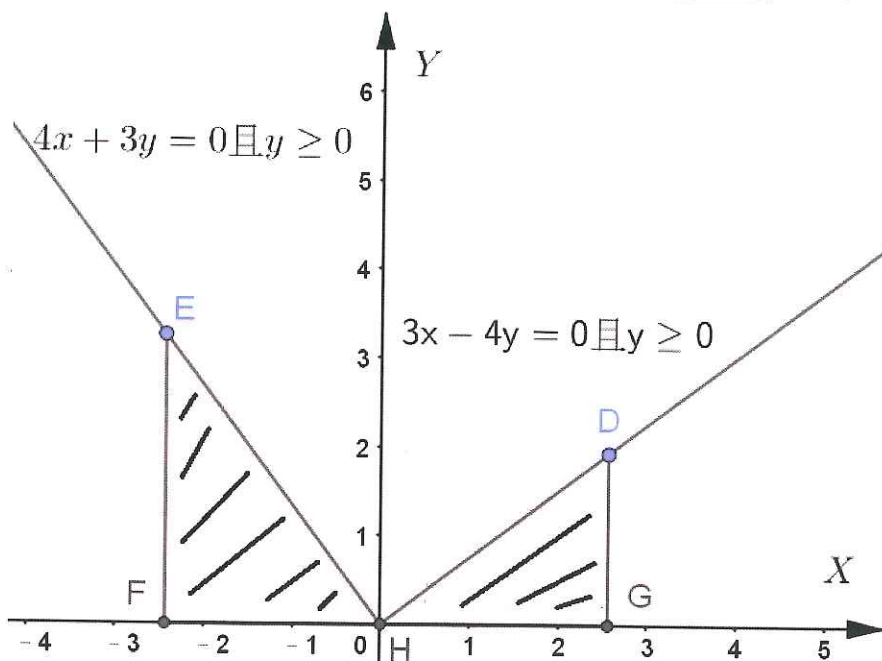
4. 已知 $A(3,1)$, $B(7,-1)$, $C(4,4)$ 為坐標平面上三點。設 $\overrightarrow{AP} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$, 且 $2 \leq x \leq 4, -2 \leq y \leq 1$, 求向量 \overrightarrow{AP} 之終點 P 所形成區域的面積 = _____ 平方單位

5. (1) 求通過圓 $C: (x+2)^2 + (y-3)^2 = 20$ 上一點 $P(0,-1)$ 的切線方程式為 _____

(2) 設圓 $C: (x+2)^2 + (y+1)^2 = 20$, 求通過圓外一點 $P(4,1)$ 且與圓 C 相切的直線方程式為 _____

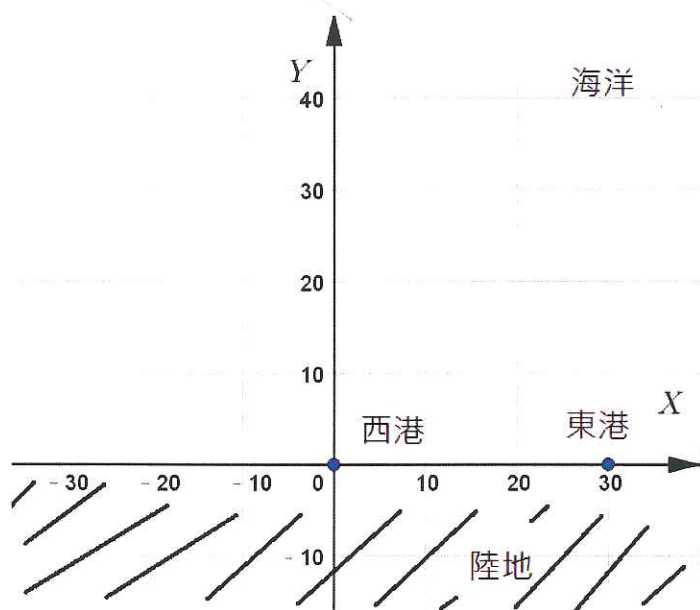
6. 若 $x^2 + y^2 - 4x + 2ky - k^2 - 6k + 12 = 0$ 為一圓, 試求 k 可能的範圍為 _____

7. 如下圖, D 、 E 分別在第一與第二象限的直線上, F 、 G 為 D 、 E 分別向 x 軸所做的垂足。已知 FG 長為 5, 試求 $\triangle DGH$ 與 $\triangle EFH$ 面積和的最小值為 _____ 平方單位



8. 如下圖，在地圖的坐標平面上有一個海岸， $y > 0$ 處為海洋， $y \leq 0$ 處為陸地。岸邊有東港、西港兩個港口，西港在 $(0,0)$ 的位置，東港在 $(30,0)$ 的位置，兩港口相距 30 海浬。兩個港口各有一隊海難救援隊。但東港海難救援隊的船比較先進，速度是 30(海浬/小時)，西港海難救援隊的船速只有 20(海浬/小時)。試問：

- (1) 假如有一人被發現在 $(-30,40)$ 的位置落海，若東港、西港的海難救援隊同時收到救難通知，並且同時出發救援，則最快要經過_____小時，才会有海難救援隊抵達落海地點。
- (2) 若這兩個海難救援隊同時從港口出發，則在這片海洋中，西港海難救援隊會比東港海難救援隊早到的海洋的區域面積是_____平方海浬。



三、是非題(每題 2 分，共 10 分，若正確請寫 O，若錯誤，請寫 X)

已知聯立方程組
$$\begin{cases} a_1x + b_1y \geq c_1 \\ a_2x + b_2y \leq c_2 \\ a_3x + b_3y \geq c_3 \\ a_4x + b_4y \leq c_4 \end{cases}$$
，目標函數 $px + qy + r$ ，

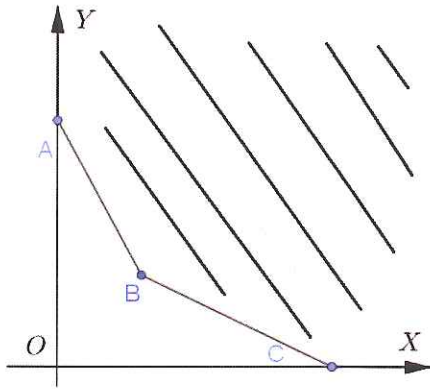
其中每個 a_i 、 b_i 、 c_i ， $i=1,2,3,4$ ， p ， q ， r 皆為實數。試問下列敘述哪些正確？

- (1) () 若 $c_2 > 0$ ，則 $(0,0)$ 落在 $a_2x + b_2y \leq c_2$ 的解區域中
- (2) () 考慮 $px + qy + r = k$ 的直線， k 為實數，則直線越往右移， k 值越大
- (3) () 若 $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ 、 $\begin{cases} a_2x + b_2y = c_2 \\ a_3x + b_3y = c_3 \end{cases}$ 、 $\begin{cases} a_3x + b_3y = c_3 \\ a_4x + b_4y = c_4 \end{cases}$ 、 $\begin{cases} a_4x + b_4y = c_4 \\ a_1x + b_1y = c_1 \end{cases}$ ，每個方程組

兩直線恰交於一點，所以共有四個交點 D 、 E 、 F 、 G 。則把點 D 、 E 、 F 、 G 分別代入 $px + qy + r$ ，則其中至少有一個值是 $px + qy + r$ 聯立方程組在解區域的最大值。

- (4) () 若聯立方程組的解區域為封閉凸四邊形，則 $px + qy + r$ 在解區域的最大值必只發生在此封閉凸四邊形的頂點上。

(5) () 若可行解區域如下圖，則 A、B、C 三點，必有一點為 $px+qy+r$ 的最大值或最小值



四、計算題：(每題 10 分，共 20 分)

1. 設圓 $C: (x+1)^2+y^2=8$ ，直線 $L: y=mx+3$ ，試就實數 m 值的範圍討論圓 C 與直線 L 的相交狀況

2. 量販店太愛買推出集點贈獎活動，小琪為了社團活動需買巧克力、餅乾若干個送給 24 個朋友，每人至少拿到一個(不論巧克力或餅乾都可以)。而太愛買販賣的巧克力為 3 個一袋，每袋 25 元；餅乾為 4 個一袋，每袋 20 元，但小琪現在只有 160 元。

假設小琪分別買了 x 袋 巧克力與 y 袋 餅乾，

(1) 試著依題目說明，寫出 x 、 y 條件限制的聯立不等式(3%)

(2) 承(1)，請將聯立不等式的解區域畫在答案卷上。(3%)

(3) 若每袋 巧克力可以集 4 點，每袋 餅乾可以集 2 點。請問，小琪要分別買多少袋 巧克力

與多少袋 餅乾，才能集到最多的點數。(4%)

市立武陵高級中學 106 學年度第一學期高二社會組數學期末試題答案卷

範圍： 2-2、2-3、3-4、柯西不等式 班 座號 _____ 姓名 _____

一、多選題(6分，錯一個選項4分，錯兩個選項得2分，錯三個選項以上或未作答者得0分)

1.

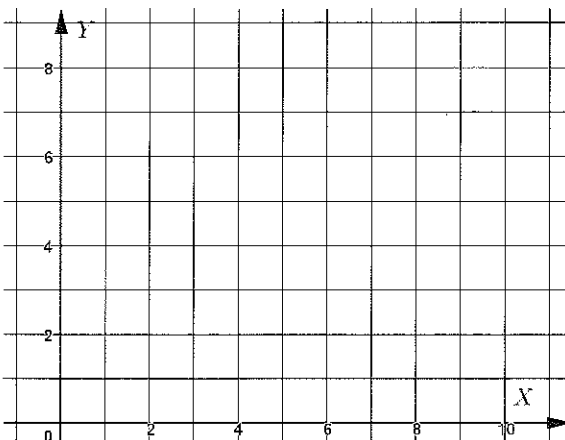
二、填充題(64%，依下表敘述給分)

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
分數	10	20	28	36	42	48	52	56	60	62	64
1(1)	1(2)		2.				3.				
4.	5.(1)		5(2)				6.				
7.	8(1)		8(2)								

三、是非題(每題2分，共10分，若正確請寫O，若錯誤，請寫X)

1.	2.	3.	4.	5.
----	----	----	----	----

四、計算題(每題10分，共20分)

1.	2.(1) (2)  (3)
----	--

市立武陵高級中學 106 學年度第一學期高二社會組數學期末試題答案卷

範圍：2-2、2-3、3-4、柯西不等式

班 座號

姓名

二、多選題(6分，錯一個選項4分，錯兩個選項得2分，錯三個選項以上或未作答者得0分)

1. ABC

二、填充題(64%，依下表敘述給分)

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
分數	10	20	28	36	42	48	52	56	60	62	64	
1(1)	-321		1(2)		-25			2.	(11,-1)		3.	(1,1)
4.	84		5(1)		$x-2y-2=0$			5(2)	$x+2y=6$ 或 $2x-y=7$		6.	$k > 1$ 或 $k < -4$
7.	6		8(1)		$\frac{2\sqrt{13}}{3}$			8(2)	648 π			

三、是非題(每題2分，共10分，若正確請寫O，若錯誤，請寫X)

1.	2.	3.	4.	5.
O	X	X	X	X

四、計算題(每題10分，共20分)

1. 討論分析過程(4%)

(1) $m < -1$ 或 $m > \frac{1}{7}$,

圓 C 與直線 L 交於相異兩點。(2%)

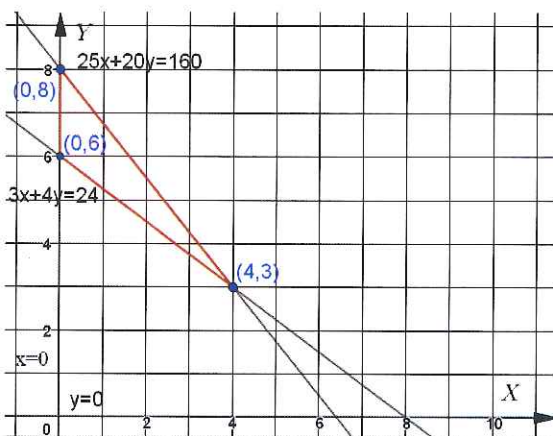
(2) $m = -1$ 或 $\frac{1}{7}$ ，圓 C 與直線 L 相切於一點。

(2%)

(3) $-1 < m < \frac{1}{7}$ ，圓 C 與直線 L 不相交。(2%)

2.(1)
$$\begin{cases} x \geq 0, y \geq 0 \\ 3x + 4y \geq 24 \\ 25x + 20y \leq 160 \end{cases}, x, y \text{ 皆為整數 (3\%)}$$

(2)
(3%)



(3) 目標函數： $4x+2y$ 方法：平行線法或頂點法

(2%)

當買 4 袋巧克力 3 袋餅乾時有最多點數(2%)