

武陵高中 112 學年度第二學期高一數學第一次段考試題卷

範圍：龍騰版數學 2 單元 1,2,8,9

班級： 座號： 姓名：

一、單選題 (每題 3 分，共 9 分)

1. (1) 「主計總處國勢普查處表示，2022 年工業及服務業受僱員工全年總薪資中位數較 2021 年增加 2.4%，為近四年最大增幅，2019 年以來較高水準。其中，2018 年總薪資中位數年增幅 3.5%、2019 年 1.3%，2020 年、2021 年受疫情影響，年增幅分別只有 0.8%、1%。」請問下列哪一個選項最接近 2018 年到 2022 年這五年的總薪資中位數平均年增幅率。

(A) $(\frac{3.5+1.3+0.8+1+2.4}{5})\%$

(B) $(\sqrt[5]{3.5 \times 1.3 \times 0.8 \times 1 \times 2.4})\%$

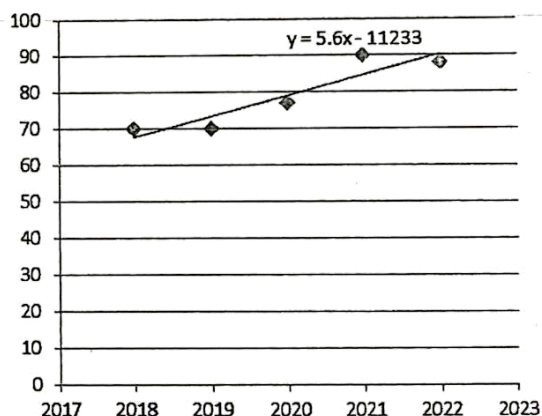
(C) $(\sqrt[5]{3.5 \times 1.3 \times 0.8 \times 1 \times 2.4} - 1)\%$

(D) $(\sqrt[5]{1.035 \times 1.013 \times 1.008 \times 1.01 \times 1.024} - 1)\%$

(E) $(\sqrt[5]{1.035 \times 1.013 \times 1.008 \times 1.01 \times 1.024} - 1) \times 100\%$

- (2) 小武閱讀到上面的新聞後，對國民所得產生了興趣，上網查了 2018 年到 2022 年這五年的平均每人國民所得，發現下面圖表：橫軸 x 為西元年，縱橫 y 為該年的平均每人國民所得(萬元)。已知圖上 y 對 x 的迴歸直線方程式為 $y = 5.6x - 11233$ ，求這五年「平均每人國民所得」的算術平均數為多少萬元？(四捨五入至整數位)

- (A) 78
(B) 79
(C) 80
(D) 81
(E) 82



- (3) 小武進一步查到這五年「平均每人國民所得」的標準差為 $\sqrt{73.6}$ 萬元，設此圖表中西元年與平均每人國民所得之間的相關係數為 r ，則 r 在下列哪個範圍內？

- (A) $1 \geq r > 0.9$
(B) $0.9 \geq r > 0.8$
(C) $0.8 \geq r > 0.7$
(D) $0.7 \geq r > 0.6$
(E) 以上皆非

二、多選題 (每題 8 分，錯一個選項扣 2 分不倒扣，共 16 分)

1. 設兩變量 x 與 y 的 n 筆數據為 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，且 x 與 y 的平均數分別為 μ_x, μ_y ，標準差分別為 σ_x, σ_y ，相關係數為 r_{xy} 。另設兩變數 $z_i = a(x_i - \mu_x)$ ， $w_i = b(y_i - \mu_y)$ ，相關係數為 r_{zw} ， w 對 z 的迴歸直線為 $w = mz + k$ ，請選出正確的選項。

(A) 若 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ 皆落在同一條直線上，則 $|r_{xy}| = 1$ 。

(B) $k = 0$ 。

(C) $r_{zw} = r_{xy}$ 。

(D) 若 $a = \sigma_y$ ， $b = \sigma_x$ ，則 $r_{zw} = m$ 。

(E) 若 $\sigma_y = 0$ ，則 $y_1 = y_2 = \dots = y_n$ 。

2. 設 $\langle a_n \rangle$ 是等差數列且公差 $d \neq 0$ ， $\langle b_n \rangle$ 是等比數列且公比 $r \neq 1$ 試問下列數列哪些必為等比數列？

(A) $\langle 2^n \times b_{n+1} \rangle$ (B) $\langle 2^n \rangle$ (C) $\langle \frac{2^n}{b_n} \rangle$ (D) $\langle b_{n+1} - b_n \rangle$ (E) $\langle \frac{b_{n+1}}{b_n} \rangle$

三、填充題 (每格 6 分，共 66 分)

1. (1) 「大秦屋」為武陵高中附近的知名餐廳，在網路上有 250 個評論，其中一星評論有 7 個，二星評論有 5 個，三星評論有 9 個，四星評論有 29 個，其它皆為五星評論。這 250 則評論的第 5 百分位數為 P_5 ，第 20 百分位數為 P_{20} ，則數對 $(P_5, P_{20}) =$ _____。

評論摘要



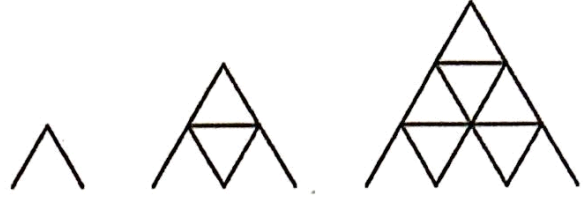
4.6
★★★★★
250 篇評論

(2) 承(1)，為了要讓更多人知道大秦屋的美味，則至少要召集 _____ 位親朋好友給予五星評論，才能讓網路上的總評價從 4.6 顆星變成 4.9 顆星。

[註：總評價的算法是將所有評論星數的算術平均數四捨五入至小數點後第一位。]

2. 設數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $a_1 = 1$ ， $3(a_1 + a_2 + \dots + a_n) = (n+2)a_n$ ，試求第 n 項 $a_n =$ _____。

3. (1) 假設用撲克牌疊 n 層的金字塔會用到的牌數為 a_n ，如下圖，每個線段代表一張撲克牌，可知 $a_1 = 2$ 、 $a_2 = 7$ 、 $a_3 = 15$ ，則 a_n 滿足的遞迴關係式為 $a_{n+1} = a_n + \underline{\hspace{2cm}}$ 。(n 為正整數)



(2) 承(1)，疊 20 層的金字塔會用到 張撲克牌。

4. 小武上數學課時聽到老師介紹如何將無限大的 2 維方格中的每個位置編碼的方法：如下圖，將 1 填在第一列第一行的位置；將 2、3 從第二列第一行往右上方填至第一列第二行；將 4、5、6 從第三列第一行往右上方填至第一列第三行…依此類推。若 100 所在的位置為第 m 列第 n 行，求數對 $(m, n) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

	第	第	第	
	一	二	三	...
	行	行	行	
第一列	1	3	6	...
第二列	2	5		
第三列	4			
⋮	⋮			

5. 設 3 筆資料 $(1, 2)$ 、 $(2, a)$ 、 $(3, b)$ 的迴歸直線方程式是 $y = \frac{1}{2}x + 2$ ，則數對 $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

6. 設數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足下列關係式： $\sqrt{a_n} = \frac{\sqrt{a_{n+1}} + \sqrt{a_{n-1}}}{2}$ ，其中 $n \geq 2$ ，且 n 為正整數。

若 $a_1 = 1$ ， $a_2 = 9$ ，求 $a_8 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

7. 小武因確診未能考到數學段考，老師已經算出班上其餘 20 人的數學段考成績平均為 60 分，標準差為 $\sqrt{420}$ 。小武痊癒後參加補考得到 60 分，則全班包含小武的 21 人數學段考成績的標準差為 。

8. $3^0 \times 2^{-1} + 3^1 \times 2^{-2} + 3^2 \times 2^{-3} + \dots + 3^8 \times 2^{-9} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(以最簡假分數表示)

[註： $2^9 = 512$ ， $3^8 = 6561$]

9. 用黑、白兩種顏色的正三角形地磚，依照如下的規律拼成若干圖形，用 a_n 表示第 n 個圖白色地磚的總面積，已知每個白色三角形地磚大小皆相等，黑色則有兩種規格， b_n 表示第 n 個圖黑色地磚的總面積，已知 $a_1 = 3$ ， $b_1 = 1$ 試求 $b_{10} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



四、計算證明題 (共 9 分)

1. 設數列 $\{a_n\}$ 的前 n 項和為 S_n ，且對任意正整數 n ， $S_n = 2 - a_n$ 恆成立。

(1) 試求 a_1 、 a_2 、 a_3 的值，並猜測 a_n 的一般項。(3 分)

(2) 使用數學歸納法證明您的猜測。(6 分)

武陵高中 112 學年度第二學期高一數學第一次段考答案卷

範圍：龍騰版數學2 單元1、2、8、9 班級： 座號： 姓名：

一、單選題 (每題3分，共9分)

1.(1)	1.(2)	1.(3)

二、多選題(每題8分，錯一個選項扣2分，不倒扣，共16分)

1	2

三、填充題 (每格6分，共66分)

1.(1)	1.(2)	2.	3.(1)
3.(2)	4.	5.	6.
7.	8.	9.	

四、計算證明題 (共9分)

1. 設數列 $\{a_n\}$ 的前 n 項和為 S_n ，且對任意正整數 n ， $S_n = 2 - a_n$ 恆成立。

(1)試求 a_1 、 a_2 、 a_3 的值，並猜測 a_n 的一般項。(3分)

(2)使用數學歸納法證明您的猜測。(6分)

武陵高中 112 學年度第二學期高一數學第一次段考答案

範圍：龍騰版數學 2 單元 1、2、8、9

班級：

座號：

姓名：

一、單選題 (每題 3 分，共 9 分)

1.(1)	1.(2)	1.(3)
E	B	A

二、多選題(每題 8 分，錯一個選項扣 2 分不倒扣，共 16 分)

1	2
BDE	ABCDE

二、填充題 (每格 6 分，共 66 分)

1.(1)	1.(2)	2.	3.(1)
(3, 4.5)	350	$\frac{n(n+1)}{2}$	$3n+2$
3.(2)	4.	5.	6.
610	(6,9)	(4,3)	225
7.	8.	9.	
20	$\frac{19171}{512}$	235	

三、計算證明題 (共 9 分)

1. 設數列 $\{a_n\}$ 的前 n 項和為 S_n ，且對任意正整數 n ， $S_n = 2 - a_n$ 恆成立。

(1) 試求 a_1 、 a_2 、 a_3 的值，並猜測 a_n 的一般項。(3 分)

(2) 使用數學歸納法證明您的猜測。(6 分)

(1) $a_1 = 1$ 、 $a_2 = \frac{1}{2}$ 、 $a_3 = \frac{1}{4}$ (2 分)

猜測： $a_n = \frac{1}{2^{n-1}}$ ，對任意正整數 n 恆成立。(1 分)

(2) 證明：當 $n=1$ 時， $a_1 = 1 = \frac{1}{2^0}$ ，原式成立。

設 $n=k (k \in N)$ 原式成立，即 $a_k = \frac{1}{2^{k-1}}$ ， (2 分)

則 $n=k+1$ 時， $a_{k+1} = S_{k+1} - S_k = (2 - a_{k+1}) - (2 - a_k) = a_k - a_{k+1}$

$\Rightarrow 2a_{k+1} = a_k \Rightarrow a_{k+1} = \frac{1}{2} \times a_k = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2^{k-1}} = \frac{1}{2^{(k-1)+1}}$ ，原式亦成立。(3 分)

故由數學歸納法得證：對任意正整數 n ， $a_n = \frac{1}{2^{n-1}}$ 恆成立。(1 分)