

範圍：數乙第五冊 1-1 ~ 1-2 座號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

注意：試題共兩張，答案卡一張，作答完畢將答案卡繳回即可，選填題答案若為分數或根式需計算至最簡，答案請劃記清楚。

選填題作答說明：選填題的題號是 A, B, C, ……，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若第 B 題的答案格式是  $\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$ ，而依題意計算出來的答案是  $\frac{3}{8}$ ，

則考生必須分別在答案卡上的第 18 列的  $\square^3$  與第 19 列的  $\square^8$  畫記，

如：

18	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
19	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±

一、多重選擇題，每題 8 分，答錯 1 選項得 5 分，錯 2 選項得 2 分，錯 3 選項

(含)以上得 0 分，共 16 分

1、職業棒球季後賽第一輪採五戰三勝制，當參賽甲、乙兩隊中有一隊贏得三場比賽時，就由該隊晉級而賽事結束。每場比賽皆須分出勝負，且每場比賽的勝負皆不受之前已賽結果影響。假設甲隊在任一場贏球的機率為定值  $p$ ，以  $f(p)$  表實際比賽場數的期望值（其中

$0 \leq p \leq 1$ ），請選出正確的選項：(1) 只須比賽 3 場就產生晉級球隊的機率為  $C_1^2 p^3 \cdot (1-p)^3$

(2)  $f(p)$  是  $p$  的 4 次多項式 (3)  $f(p)$  的常數項等於 1 (4) 函數  $f(p)$  在  $p = \frac{1}{2}$  時

有最大值 (5)  $f(\frac{1}{4}) < f(\frac{4}{5})$

2、設  $a, b$  為常數且隨機變數  $X$  與  $Y$  的期望值分別以  $E(X)$  與  $E(Y)$  表示，變異數分別以  $Var(X)$  與  $Var(Y)$  表示，標準差分別以  $\sigma(X)$  與  $\sigma(Y)$  表示，則下列敘述何者正確？

(1) 若  $Y = aX + b$ ，則  $E(Y) = a^2 E(X)$  (2) 若  $Y = aX + b$ ，則  $Var(Y) = |a| \cdot Var(X)$

(3) 若  $E(X) > E(Y)$ ，則  $E(X^2) > E(Y^2)$  (4) 若  $E(X) > E(Y) > 0$ ，且  $E(X^2) > E(Y^2)$ ，

則  $\sigma(X) > \sigma(Y)$  (5) 若  $E(X) > E(Y) > 0$ ，且  $Var(X) > Var(Y)$ ，則  $E(X^2) > E(Y^2)$

二、選填題【12題，每題7分，共84分】

A、設一個隨機變數  $X$ ，若其期望值  $E(X)=4$ ，變異數  $Var(X)=10$ ，試求期望值

$$E((-2X+1)^2) = \underline{\textcircled{3} \textcircled{4}}$$

B、已知隨機變數  $X$  的機率分佈如下：

$X$	0	1	$z$
機率	$\frac{1}{5}$	$y$	$\frac{3}{10}$

已知  $E(X)=\frac{7}{5}$ ，試求變異數  $Var(X) = \underline{\frac{\textcircled{5} \textcircled{6}}{\textcircled{7} \textcircled{8}}}$

C、摸彩箱有若干個編號為 1 到 20 號的彩球，其中各種編號的彩球數目可能不同。

今從中隨機摸取一球，依據所取球的號數給予報酬。現有甲、乙兩案：

甲案：當摸得彩球的號數為  $k$  時，其所獲報酬為  $3k-1$  元， $k=1,2,3,\dots,20$

乙案：當摸得彩球的號數為  $k$  時，其所獲報酬為  $60-k$  元， $k=1,2,3,\dots,20$

若依甲案每摸取一球的期望值為 35 元，則依乙案每摸取一球的期望值 =  $\textcircled{9} \textcircled{10}$  元

D、森森、浩浩、澄澄、叢叢、迺哥 一起上綜藝節目「Fool Go Go Go」玩剪刀、石頭、布的猜拳遊戲，若這五個人都背負著輸不起的壓力同時出拳一次，設隨機變數  $X$  表示贏的人數，試求期望值  $E(X) = \underline{\frac{\textcircled{11} \textcircled{12}}{\textcircled{13} \textcircled{14}}}$

E、袋中有大小、質感均相同的 5 個白球和若干個黑球，今從袋中任取兩球，設隨機數  $X$  表

示取到白球的個數，若  $X$  的期望值  $E(X) = \frac{5}{4}$ ，試求變異數  $Var(X) = \frac{\textcircled{15}\textcircled{16}}{\textcircled{17}\textcircled{18}\textcircled{19}}$

F、某次考試，某題多重選擇題有  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 、 $E$  五個選項。給分標準為完全答對給 5 分，只答錯 1 個選項給 3 分，只答錯 2 個選項給 1 分，答錯 3 個或 3 個以上的選項得 0 分。若某一考生對該題的  $A$ 、 $B$  選項已確定是應選的正確答案，但  $C$ 、 $D$ 、 $E$  三個選項根本看

不懂，決定這三個選項用猜的來作答。求該生此題得分的期望值 =  $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{\textcircled{22}}$

G、嘴饞麵包店中對某種特定「老師來撕」麵包的每日需求量和機率所對應的機率如下：

每日麵包需求量(個)	0	100	200	300	400
機率	$\frac{15}{100}$	$\frac{25}{100}$	$\frac{30}{100}$	$\frac{15}{100}$	$\frac{15}{100}$

已知製作這種「老師來撕」麵包的成本是每個 4 元，售價是每個 20 元，但沒售出的麵包隔天就要丟棄，若嘴饞麵包店每日製作  $x$  個「老師來撕」麵包時有最大獲利  $y$ ，試求數對

$(x, y) = ( \textcircled{23}\textcircled{24}\textcircled{25} , \textcircled{26}\textcircled{27}\textcircled{28}\textcircled{29} )$

(每日只許製造 0 或 100 或 200 或 300 或 400 個麵包且不許賣完後臨時追加製造)

H、設有 2 粒公正的正四面體骰子，在四個面上分別標上 1, 2, 3, 4，出現在底面的數字為投擲的點數，令  $X$  代表同時擲這 2 粒骰子一次所得的點數乘積，試求  $X$  的期望值  $E(X) =$

$\frac{\textcircled{30}\textcircled{31}}{\textcircled{32}}$

I、重複投擲一個公正的硬幣，若出現 1 個正面或 5 個反面則停止投擲，若  $X$  表示投擲的次數，試求期望值  $E(X) = \frac{\textcircled{33}\textcircled{34}}{\textcircled{35}\textcircled{36}}$

$$E(X) = \frac{\textcircled{33}\textcircled{34}}{\textcircled{35}\textcircled{36}}$$

J、金小胖將  $n$  顆不同的玩具火箭，全部投入 5 個不同的箱子中，每顆玩具火箭投入各箱的機率均為  $\frac{1}{5}$ 。若空箱期望值小於  $\frac{1}{10}$ ，試求  $n$  最小值 =  $\textcircled{37}\textcircled{38}$  (已知  $\log 2 \approx 0.3010$ )

K、一個不透明的袋中有 5 紅球 4 白球，一次取一球，設每球被取到的機會均等，取出不放回直到紅球取完為止，試求取球次數  $X$  的期望值  $E(X) = \frac{\textcircled{39}\textcircled{40}}{\textcircled{41}}$

$$E(X) = \frac{\textcircled{39}\textcircled{40}}{\textcircled{41}}$$

L、從邊長為 2 的正六邊形的六個頂點中，任取三個頂點，試求三頂點所形成的三角形面積的期望值 =  $\frac{\textcircled{42}\sqrt{\textcircled{43}}}{\textcircled{44}}$  (化為最簡根式)

$$\text{的期望值} = \frac{\textcircled{42}\sqrt{\textcircled{43}}}{\textcircled{44}} \quad (\text{化為最簡根式})$$

Ans: 1、24      2、5      A、89      B、 $\frac{31}{25}$       C、48      D、 $\frac{25}{27}$       E、 $\frac{45}{112}$   
 F、 $\frac{17}{8}$       G、(300,2300)      H、 $\frac{25}{4}$       I、 $\frac{31}{16}$       J、18      K、 $\frac{25}{3}$       L、 $\frac{9\sqrt{3}}{5}$