桃園市立武陵高級中學 113 學年度第二學期高二第一次期中考數學 A 試題

範圍：第一章全 & 2-1

請將每題的答案劃在答案卡相應的位置，例如 ① 表示答案卡位置為 1 的欄位

一、多重選擇題：每題 8 分，共 16 分(錯一個選項得 5 分，兩個得 2 分，三個以上或未作答得 0 分)

(①)1. 設空間中有三相異平面 E_1、E_2、E_3，三相異直線 L_1、L_2、L_3，判斷下列敘述何者正確？

(1) 若 E_1 與 E_2 相交於一直線 L_2，且 L_1 平行 L_2，則 L_1 平行 E_1 或 L_1 平行 E_2

(2) 設 E_1 與 E_2 平行，若 L_1 在 E_1 上且 L_2 在 E_2 上，則 L_1 與 L_2 平行

(3) 若 E_1 與 E_2 垂直且 E_3 與 E_2 垂直，則 E_1 與 E_3 平行

(4) 若 L_1 與 L_2 垂直且 L_2 與 L_3 垂直，則 L_1 與 L_3 平行或歪斜

(5) 若 L_1 與 L_2 歪斜且 L_2 與 L_3 歪斜，則 L_1 與 L_3 平行或歪斜

(②)2. 設 $\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{b}$，$\overrightarrow{c}$ 為空間中三個相異的非零向量，p，q，r 皆為實數，判斷下列敘述何者正確？

(1) 若 $p\overrightarrow{a}+q\overrightarrow{b}+r\overrightarrow{c}=\overrightarrow{0}$，則 $p=q=r=0$

(2) 若 $\overrightarrow{a}=p\overrightarrow{b}+q\overrightarrow{c}$，則 $\overrightarrow{a}$ 在 $\overrightarrow{b}$ 上的正射影為 $p\overrightarrow{b}$

(3) $\left|\overrightarrow{a}\cdot(\overrightarrow{b}\times\overrightarrow{c})\right|=\left|(\overrightarrow{a}\times\overrightarrow{b})\cdot\overrightarrow{c}\right|$

(4) 若 $\overrightarrow{a}\times\overrightarrow{b}=\overrightarrow{0}$，則 $\overrightarrow{a}=\overrightarrow{0}$ 或 $\overrightarrow{b}=\overrightarrow{0}$

(5) $(\overrightarrow{a}\times\overrightarrow{b})\cdot(2\overrightarrow{a}-3\overrightarrow{b})=0$

二、選填題：每格 6 分，共 78 分

1. 若空間中四點 $(4,0,1)$，$(0,5,0)$，$(0,0,-3)$，$(-7,10,k)$ 共平面，求 $k=$ ③④

2. 設 $\overrightarrow{a}=(5,-3,4)$，$\overrightarrow{b}=(-1,1,0)$，若 $\overrightarrow{b}\times\overrightarrow{a}=(m,n,k)$，試求 $n=$ ⑤

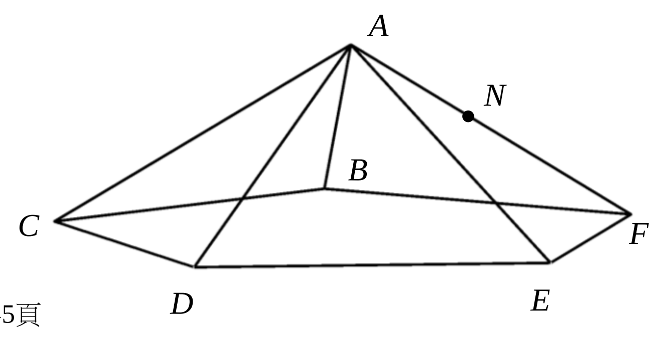
3. 兩平行平面 $E:x-2y+7z=-4$ 與 $F:2x-4y+14z=28$ 的距離為 $\sqrt{⑥}$

4. 設 $\overrightarrow{a}=(1,0,0)$，$\overrightarrow{b}=(1,-2,\sqrt{3})$，$\overrightarrow{c}$ 為空間中三個向量，若 $\left|\overrightarrow{a}+\overrightarrow{c}\right|=3\sqrt{2}$，則當 $\overrightarrow{b}\cdot\overrightarrow{c}$ 有最小值時，此時 $\left|\overrightarrow{c}\right|=\sqrt{⑦⑧}$

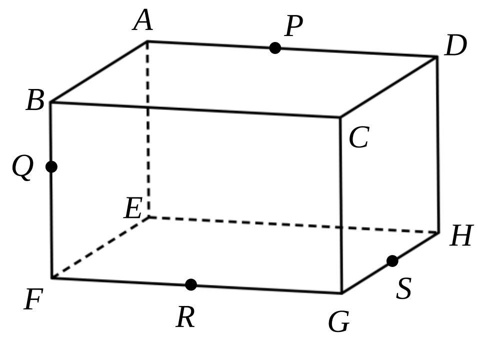
5. 已知 θ 為平面 $E:x-2y+z=5$ 與 xz 平面的一個夾角，則 $\sin\theta=\dfrac{⑨}{\sqrt{⑩}}$

6. 如圖，在正五角錐 $ABCDEF$ 中，底面為正五邊形，五個側面均為正三角形，已知 N 在 $\overline{AF}$ 上且 $\overline{FN}=2\overline{AN}$，若 $\overrightarrow{CN}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AD}+z\overrightarrow{AE}$，則 $x+y-2z$ 之值為 $\dfrac{⑪⑫-⑬\sqrt{⑭}}{6}$

(已知 $\sin 18^\circ=\dfrac{\sqrt{5}-1}{4}$)



7. 如圖，已知長方體 $ABCD-EFGH$ 中，$\overline{AB}=8$，$\overline{AD}=20$，$\overline{AE}=12$，若 P、R、S 分別是 $\overline{AD}$、$\overline{FG}$、$\overline{GH}$ 的中點，Q 在 $\overline{BF}$ 上且 $\overline{QF}=2\overline{BQ}$，試求四面體 $PQRS$ 體積為 $\dfrac{⑮⑯}{⑰}$



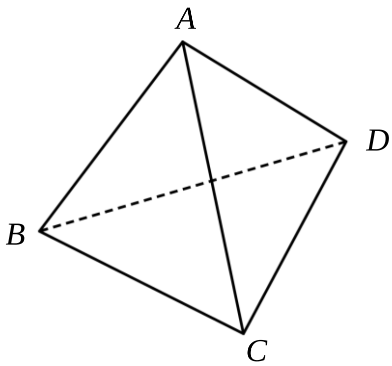
8. 方程式 $\begin{vmatrix} 1-x & 13 & 5 \\ 4+2x & 4x+18 & 20 \\ -3 & -4+x & -15 \end{vmatrix}=-810$ 的解為 $x=$ ⑱⑲

9. 在空間坐標系中，設 $\overrightarrow{OA}=(1,-18,-5)$，$\overrightarrow{OB}=(0,7,2)$，若 $\overrightarrow{OP}=(2x+y)\overrightarrow{OA}+(5x+3y)\overrightarrow{OB}$，其中 $-1\le x\le 2$，$-7\le y\le -2$，試問所有 P 點形成圖形的面積為 ⑳㉑$\sqrt{㉒}$

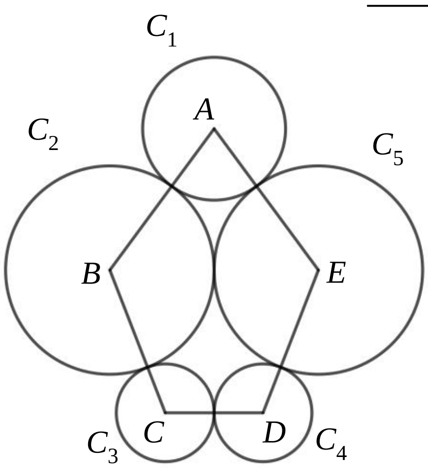
10. 空間中兩非零向量 $\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$ 滿足 $\left|\overrightarrow{a}+6\overrightarrow{b}\right|=\left|2\overrightarrow{a}+3\overrightarrow{b}\right|$ 且 $\left|\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}\right|=\left|\overrightarrow{a}-2\overrightarrow{b}\right|$，若 $\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 的夾角為 θ，則 $\cos\theta=\dfrac{㉓}{㉔}$

11. 設 $\overrightarrow{a}=(5,-3,4)$，$\overrightarrow{b}=(-1,1,0)$，分解 $\overrightarrow{a}=\overrightarrow{c}+\overrightarrow{d}$，其中 $\overrightarrow{c}$ 平行 $\overrightarrow{b}$ 且 $\overrightarrow{d}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 的夾角為 45°，若 $\overrightarrow{d}=(x,y,z)$，試求 $x-y+z=$ ㉕㉖

12. 已知四面體 $ABCD$ 中，$\triangle BCD$ 為邊長 20 的正三角形，且 $\overline{AB}=4\sqrt{17}$，$\overline{AC}=16$，$\overline{AD}=12$，若兩側面 ABC 與 ACD 所夾的兩面角為 θ，試求 $\cos\theta=\dfrac{1}{㉗㉘}$

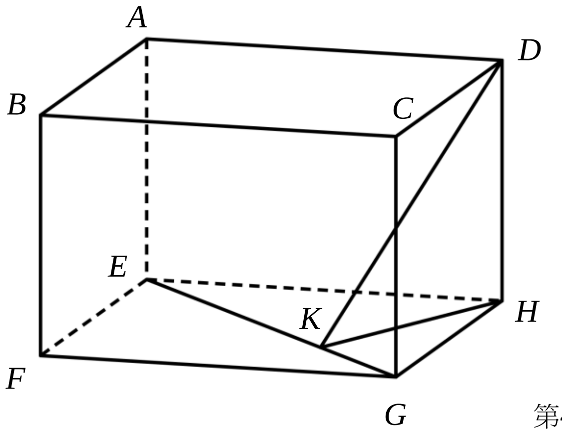


13. 如圖，圓 C_1、C_2、C_5 兩兩外切，圓 C_2、C_3、C_4、C_5 中相鄰的兩圓均為外切，若五圓的圓心形成一個周長為 20 的五邊形，且 $\overline{AB}=\overline{AE}$，$\overline{BC}=\overline{DE}$，則此五圓面積和的最小值為 ㉙㉚ π



三、非選擇題：共 6 分

1. 如圖，$ABCD-EFGH$ 為一個長方體，若 $\overline{HK}$ 垂直 $\overline{EG}$ 於 K 點，試說明 $\overline{DK}$ 垂直 $\overline{EG}$



一、多選題

1.(1)

2.(3)(5)

二、選填題

1. [-4]

2. [4]

3. [$\sqrt{6}$]

4. [22]

5. [$\frac{1}{\sqrt{3}}$]

6. [$\frac{-1-9\sqrt{5}}{6}$]

7. [$\frac{80}{3}$]

8. [-3]

9. [$45\sqrt{6}$]

10. [$\frac{1}{6}$]

11. [-2]

12. [$\frac{1}{24}$]

13. [20]

三、非選擇題

[說明]：因為$\overline{DH}$垂直$\overline{EH}$且$\overline{DH}$垂直$\overline{HG}$

所以$\overline{DH}$垂直平面$EFGH$

又$\overline{HK}$垂直$\overline{EG}$於K點

由三垂線定理知，$\overline{DK}$垂直$\overline{EG}$