

桃園市立武陵高中 111 學年度第二學期 高二數學 B 第二次段考

範圍：三民版 第二章 矩陣

班級：\_\_\_\_\_ 座號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

一、是非題：(每題 2 分，共 20 分)

- ( ) 設  $A$ 、 $B$  皆為二階方陣，則  $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ 。
- ( ) 設  $A$  為二階方陣， $I$  為二階單位矩陣，則  $(I+A)^2 = I + 2A + A^2$ 。
- ( ) 設  $A$  為  $n$  階方陣，則  $A^2A^3 = A^3A^2$ 。
- ( ) 若矩陣  $A$ 、 $B$ 、 $C$  均為  $m \times n$  矩陣，則  $(A+B)+C = A+(B+C)$ 。
- ( ) 若  $A$ 、 $B$ 、 $C$  皆為二階方陣，且  $AB=AC$ ，且  $A \neq O_2$ ，則  $B=C$ 。
- ( ) 若三矩陣  $A$ 、 $B$ 、 $C$  滿足  $AB=C$ ，且  $A^{-1}$  存在，則  $B=CA^{-1}$ 。
- ( ) 若矩陣  $A = [a_{ij}]_{2 \times 3}$ 、 $B = [b_{ij}]_{3 \times 2}$ ，則  $AB$  有意義。
- ( ) 矩陣  $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$  是不可逆矩陣。
- ( ) 設二階方陣  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ x & y \end{bmatrix}$ ，已知矩陣  $A$  存在反方陣  $A^{-1}$ ，則  $2y-x=0$ 。
- ( ) 設  $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ ，則  $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ 。

二、多重選擇題：(每題 8 分，錯一個選項得 5 分，錯兩個選項得 2 分)

1. ( ) 二階方陣  $A$  滿足  $A \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ ， $A \begin{bmatrix} -2 \\ 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ ，下列哪些選項正確？

(A)  $A \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \end{bmatrix}$  (B)  $A \begin{bmatrix} 7 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$  (C)  $A \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$

(D)  $\begin{bmatrix} -1 & -20 \\ 3 & 70 \end{bmatrix} A = \begin{bmatrix} -1 & 30 \\ -2 & 40 \end{bmatrix}$  (E) 若  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ，則  $a+b+c+d=56$

三、填充題：(每格 6 分，共 60 分)

1. 試求  $[1 \ 2 \ 3] \begin{bmatrix} 4 & -6 & 9 & 6 \\ 0 & -7 & 10 & 7 \\ 5 & 8 & -11 & -8 \end{bmatrix} =$  \_\_\_\_\_。

2. 若矩陣  $A$ 、 $B$  滿足  $A+B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ ， $A-B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ ，則  $A^2 - B^2 =$  \_\_\_\_\_。

3. 設  $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$ ， $B = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ ，若  $2XA = 3B$ ，求  $X =$  \_\_\_\_\_。

4. 已知  $\begin{bmatrix} a+b & 3 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 3 \\ 1 & a-b \end{bmatrix}$ ，則數對  $(a,b) =$  \_\_\_\_\_。

5. 設矩陣  $A = \begin{bmatrix} 2x & x \\ -5 & -3 \end{bmatrix}$ ，若  $2A^{-1} = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 5 & -4 \end{bmatrix}$ ，則實數  $x$  的值為 \_\_\_\_\_。

6. 設  $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ ， $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ，若矩陣  $X$  滿足  $AX - X = 9(A + I)$ ，則矩陣  $X =$  \_\_\_\_\_。

7. 已知矩陣  $A = [a_{ij}]_{4 \times 4}$  滿足  $a_{ij} = \begin{cases} 0, i = j \\ 1, i > j \\ 2, i < j \end{cases}$ ，則  $A$  的所有元素和為 \_\_\_\_\_。

8. 已知矩陣  $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  的反方陣  $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$ ，則二元一次聯立方程式  $\begin{cases} ax+by=-2 \\ cx+dy=3 \end{cases}$  的解  $(x,y)$  為\_\_\_\_\_。

9. 若  $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}_{n \times n} = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 9 & 16 & \cdots \\ 2 & 3 & 8 & 15 & \cdots \\ 5 & 6 & 7 & 14 & \cdots \\ 10 & 11 & 12 & 13 & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{bmatrix}_{n \times n}$ ，若  $a_{mn} = 1000$ ，則數對  $(m,n) =$ \_\_\_\_\_。

10. 設二階方陣  $A = [a_{ij}]$ ，其中  $a_{ij}$  為  $0, 1, -1$  中的一個數，則使  $\det A = 0$  的矩陣  $A$  有\_\_\_\_\_個。

#### 四、計算題：(每小題 3 分，共 12 分，請詳細寫出計算過程)

1. 已知矩陣  $A$  滿足  $A^3 = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$  且  $A^5 = \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ -5 & 13 \end{bmatrix}$ ，試回答下列各題：

- (1) 寫出  $A^3$  的反方陣  $(A^3)^{-1}$ 。
- (2) 利用(1)求出  $A^2$ 。(提示： $A^2 A^3 = A^5$ )
- (3) 寫出  $A^2$  的反方陣  $(A^2)^{-1}$ 。
- (4) 求矩陣  $A$ 。

桃園市立武陵高中 111 學年度第二學期 高二數學 B 第二次段考

班級：\_\_\_\_\_ 座號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

一、是非題：(每題 2 分，共 20 分)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

二、多重選擇題 (每題 8 分) & 三、填充題：(每格 6 分)

多重選擇題 1		1	2	3	4
5	6	7	8	9	10

四、計算題：(每小題 3 分，共 12 分)

1(請詳列計算過程並將答案填在下列各欄位)			
(1)	(2)	(3)	(4)

桃園市立武陵高中 111 學年度第二學期 高二數學 B 第二次段考

班級：\_\_\_\_\_ 座號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

一、是非題：(每題 2 分，共 20 分)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
×	○	○	○	×	×	○	○	×	×

二、多重選擇題 (每題 8 分) & 三、填充題：(每格 6 分)

多重選擇題 1		1	2	3	4
AC		$[19 \ 4 \ -4 \ -4]$	$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 3 \\ -3 & -3 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$	$(1, -4)$
5	6	7	8	9	10
-2	$\begin{bmatrix} 3 & 18 \\ 6 & 9 \end{bmatrix}$	18	$(0, -11)$	$(25, 32)$	33

四、計算題：(共 12 分)

1(請詳列計算過程並將答案填在下列各欄位)			
(1) $\begin{bmatrix} -5 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$	(2) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$	(3) $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$	(4) $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$