

武陵高中 114 學年度第二學期高一數學期末考 試題卷
範圍：二維數據分析、三角比（南一版 2-2、第四章）

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、【多重選擇題】：

每題 10 分，2 題共 20 分；每題有 5 個選項，所有選項均答對者得 10 分，答錯 1 個選項者，得 6 分；答錯 2 個選項者，得 2 分；答錯多於 2 個選項或未作答者，該題以 0 分計算。

1. () 為了瞭解五零高中的同學們，對於福利社的兩種便當「楊師傅」與「大方雲集」的評價是否有關，小龍同學在福利社門口進行問卷調查，請吃過這兩種便當的同學，分別針對這兩種便當給出 1 到 20 分的評價，經過了一週的調查，從蒐集到的 100 份的調查結果中分析：楊師傅的得分 (X) 總平均為 12 分，標準差為 3，大方雲集的得分 (Y) 總平均為 μ_y 分，標準差為 6，且兩者之間的相關係數為 r ， y 對 x 的迴歸直線為 $L: 3x - 2y - 2 = 0$ ，請選出正確的選項。
- (1). $r = 0.75$ 。
 - (2). $\mu_y = 17$ 。
 - (3). 若小龍給楊師傅 6 分的評價，根據迴歸直線推測，則小龍很可能給大方雲集 8 分的評價。
 - (4). 若 X 、 Y 的標準化數據分別為 X' 、 Y' ，則 y' 對 x' 的迴歸直線為 $3x - 2y = 0$ 。
 - (5). 小龍整理資料時發現，有一張漏掉的問卷分數為 $(x, y) = (12, \mu_y)$ ，若將此結果併入分析之中，經重新計算後的相關係數不變。

2. () 在坐標平面上，已知圓 $x^2 + y^2 = 25$ 的內接四邊形 $ABCD$ 滿足 $A(5, 0)$ 、 $B(5\cos 60^\circ, 5\sin 60^\circ)$ 以及 $\overline{CD} = 2$ ，其中 O 為原點，下列有關此四邊形 $ABCD$ 的敘述，請選出正確的選項。
- (1). 若已知 $\overline{BC} = 2$ ，則可確定 $\sin \angle BAC = \frac{2}{5}$ 。
 - (2). 恰有一個四邊形 $ABCD$ 滿足條件 $\sin \angle BAD = \frac{4}{5}$ 。
 - (3). 恰有一個四邊形 $ABCD$ 滿足條件 $\cos \angle BAD = \frac{3}{5}$ 。
 - (4). 恰有一個四邊形 $ABCD$ 滿足條件 $\sin \angle BCD = \frac{1}{3}$ 。
 - (5). 恰有一個四邊形 $ABCD$ 滿足條件 $\cos \angle BCD = \frac{\sqrt{3}}{2} + 0.01$ 。

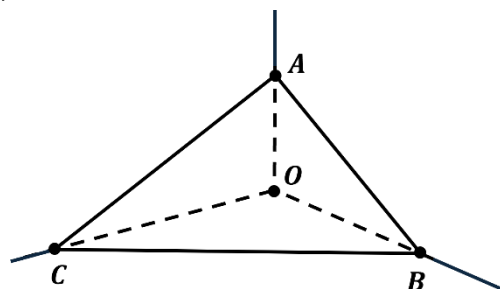
二、【填充題】：

依答對題數給分，9 題共 54 分。

答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9
得分	10	18	24	30	36	42	46	50	54

3. 計算並化簡 $\sin(-210)^\circ \times \tan 600^\circ + \cos(-225^\circ) = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。
4. 設 θ 為銳角，且 $\sin \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ，計算並化簡 $\cos(180^\circ - \theta) \times \sin(-\theta) \times \tan(90^\circ - \theta) = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。
5. 已知 θ 為第四象限角，若 $\sin \theta + \cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{5}$ ，則 $\sin \theta - \cos \theta = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。
6. 地面上有甲、乙兩大樓，已知甲的高度大於乙，且兩樓間的水平距離為 150 公尺，且甲樓的空中花園所在樓層的高度為甲樓的一半。若阿祥從甲樓頂向乙樓頂的阿霞打招呼時，並測得乙樓頂的俯角為 30° ；十分鐘後，阿祥到甲樓的空中花園散心，發現阿霞依然站在乙樓頂並再次與阿霞打招呼，此時，測得乙樓頂的仰角為 45° 。則乙樓的高度為【 】公尺。

7. 教室的一角由牆面和地面兩兩互相垂直所構成。設牆角為點 O ，現有一個三角形擋板 ABC ，其中頂點 A 、 B 、 C 位在牆面間或牆面與地面間的交界線上，並與牆角 O 的距離分別為 1、2、3 公分，如圖所示。則 $\triangle ABC$ 的面積為【 】平方公分。



8. 附表中有五組二維數據，其相關係數依序為 r_1 、 r_2 、 r_3 、 r_4 、 r_5 ，則此五數大小關係為【 】。(請以「 $>$ 」或「 $=$ 」或「 $\geq$ 」由大到小排成一系列)

組別	二維數據資料					
第一組	X	1	2	3	4	5
	Y	4	5	2	5	4
第二組	X	1	2	3	4	5
	Y	1	5	3	6	5
第三組	X	1	2	3	4	5
	Y	3	5	7	9	11
第四組	X	1	2	3	4	5
	Y	5	4	3	5	3
第五組	X	1	2	3	4	5
	Y	11	9	7	5	3

【9-10 為題組題】：

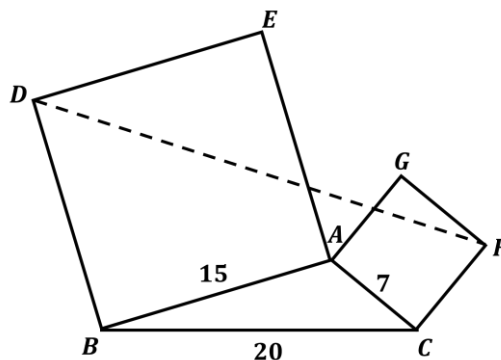
已知平面上四個點的極坐標分別為 $O[0,0^\circ]$ 、 $P[3,75^\circ]$ 、 $Q[4,135^\circ]$ 及 $R[r,180^\circ]$ ，

其中 $r > 0$ ，若 O 、 P 、 Q 、 R 四點共圓，則：

9. $\overline{PQ} =$ 【 】。

10. $\overline{QR} =$ 【 】。

11. 如圖，已知 $\triangle ABC$ 的三邊為 $\overline{AB} = 15$ 、 $\overline{AC} = 7$ 、 $\overline{BC} = 20$ ，以 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 為邊，分別向外作出兩個正方形 $ABDE$ 、 $ACFG$ ，則 $\overline{DF}$ 的長度為【 】。



三、【混合題或非選擇題】：

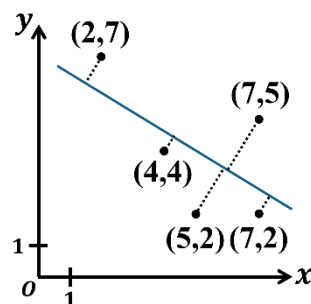
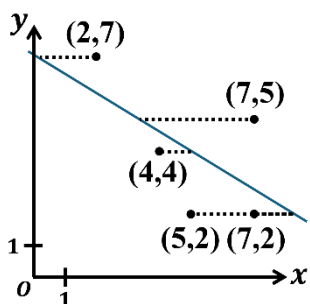
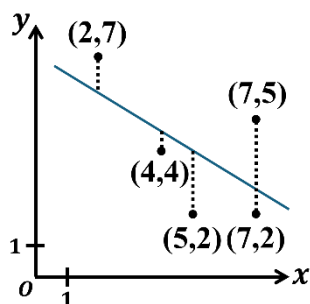
本部分有 2 題組，非選填題需有詳細計算過程，每題配分標示於題末，2 題組共 26 分。

【12-14 為題組題】：

將 5 對二維數據：(2,7)、(4,4)、(5,2)、(7,5)、(7,2)，根據最小平方方法決定 y 對 x 的迴歸直線 $L: y = ax + b$ ，試回答下列問題：

12. 若以虛線表示各筆數據的殘差，請依題意選出正確的散布圖。(單選題，3 分)

- (1). (2). (3).



13. 此二維數據的殘差平方和為下列哪一個選項。(單選題，3 分)

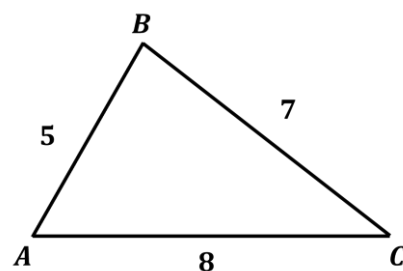
- (1). $(7a+b-2)^2 + (4a+b-4)^2 + (2a+b-5)^2 + (5a+b-7)^2 + (2a+b-7)^2$
- (2). $(2a+b-7)^2 + (4a+b-4)^2 + (5a+b-2)^2 + (7a+b-5)^2 + (7a+b-2)^2$
- (3). $\frac{1}{a^2} [(7a+b-2)^2 + (4a+b-4)^2 + (2a+b-5)^2 + (5a+b-7)^2 + (2a+b-7)^2]$
- (4). $\frac{1}{a^2} [(2a+b-7)^2 + (4a+b-4)^2 + (5a+b-2)^2 + (7a+b-5)^2 + (7a+b-2)^2]$
- (5). $\frac{1}{a^2+1} [(7a+b-2)^2 + (4a+b-4)^2 + (2a+b-5)^2 + (5a+b-7)^2 + (2a+b-7)^2]$

14. 試求 L 的斜率。(非選填題，6 分)

【15-17 為題組題】：

平面上，已知 $\triangle ABC$ 的三邊為 $\overline{AB} = 5$ 、 $\overline{AC} = 8$ 、 $\overline{BC} = 7$ ，且 D 為 $\overline{BC}$ 邊上異於 B 、 C 的一個動點，假設 D 關於直線 AB 、直線 AC 的對稱點為 D_1 、 D_2 ，試回答下列問題：

15. $\cos \angle BAC =$ 【 】。(填充題，4 分)
16. 當 $\overline{AD} = 6$ (**更正**) 時， $\overline{D_1D_2}$ 的長度為 【 】。(填充題，4 分)
17. 當 $\overline{AD} = k$ 時， $\overline{D_1D_2}$ 的長度有最小值 m ，則數對 $(k, m) =$ 【 】。(非選填題，6 分)



武陵高中 114 學年度第二學期高一數學期末考 答題卷
範圍：二維數據分析、三角比（南一版 2-2、第四章）

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、【多重選擇題】：

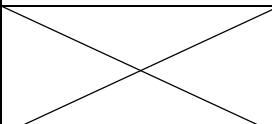
每題 10 分，2 題共 20 分；每題有 5 個選項，所有選項均答對者得 10 分，答錯 1 個選項者，得 6 分；答錯 2 個選項者，得 2 分；答錯多於 2 個選項或未作答者，該題以 0 分計算。

1.	2.
----	----

二、【填充題】：

依答對題數給分，9 題共 54 分。

答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9
得分	10	18	24	30	36	42	46	50	54

3.	4.	5.	6.	7.
8.	9.	10.	11.	

三、【混合題或非選擇題】：

本部分有 2 題組，非選填題需有詳細計算過程，每題配分標示於題末，2 題組共 26 分。

【12-14 題組題】	
12.（單選題，3 分）	14.（非選填題，6 分）
13.（單選題，3 分）	
【15-17 題組題】	
15.（填充題，4 分）	17.（非選填題，6 分）
16.（填充題，4 分）	

武陵高中 114 學年度第二學期高一數學期末考 **答案卷**

範圍：二維數據分析、三角比（南一版 2-2、第四章）

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、【多重選擇題】：

每題 10 分，2 題共 20 分；每題有 5 個選項，所有選項均答對者得 10 分，答錯 1 個選項者，得 6 分；答錯 2 個選項者，得 2 分；答錯多於 2 個選項或未作答者，該題以 0 分計算。

1.	(1)(2)(3)(5)	2.	(3)
----	--------------	----	-----

二、【填充題】：

依答對題數給分，9 題共 54 分。

答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9
得分	10	18	24	30	36	42	46	50	54

3. $\frac{1}{2}(\sqrt{3}-\sqrt{2})$	4. $\frac{2}{3}$	5. $-\frac{4\sqrt{3}}{5}$	6. $50\sqrt{3}+300$	7. $\frac{7}{2}$
8. $r_3 > r_2 > r_1 > r_4 > r_5$	9. $\sqrt{13}$	10. $\frac{\sqrt{78}}{3}$	11. $2\sqrt{221}$	

三、【混合題或非選擇題】：

本部分有 2 題組，非選填題需有詳細計算過程，每題配分標示於題末，2 題組共 26 分。

【12-14 題組題】	
12. (單選題，3 分)	14. (非選填題，6 分) 《法一》： $m = r \cdot \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$ (3 分) $\Rightarrow m = -\frac{11}{18}$ (3 分) 《法二》： $m = \frac{S_{xy}}{S_{xx}}$ (3 分) $\Rightarrow m = -\frac{11}{18}$ (3 分) 《法三》： $\begin{cases} \sum_{k=1}^n y_k = a \cdot \sum_{k=1}^n x_k + nb \\ \sum_{k=1}^n x_k y_k = a \cdot \sum_{k=1}^n x_k^2 + b \sum_{k=1}^n x_k \end{cases}$ (3 分) $\Rightarrow m = -\frac{11}{18}$ (3 分)
(1)	
13. (單選題，3 分)	
(2)	
【15-17 題組題】	
15. (填充題，4 分)	17. (非選填題，6 分) 當 $\overline{AD} = k$ 時， $\overline{D_1D_2} = k\sqrt{3}$ 因此，取 $\overline{AD}$ 為底邊 $\overline{BC}$ 的高時，能使 k 有最小值。(2 分) $\Rightarrow \triangle ABC$ 的面積為 $\frac{1}{2} \times 5 \times 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}$ $\Rightarrow \overline{AD} = \frac{2 \times 10\sqrt{3}}{7} = \frac{20}{7}\sqrt{3} = k$ (2 分)， $\overline{D_1D_2} = k\sqrt{3} = \frac{60}{7} = m$ 。(2 分)
$\frac{1}{2}$	
16. (填充題，4 分)	
$6\sqrt{3}$ (送分，更正後)	