

桃園市立武陵高中 113 學年度下高三數學乙 第一次期中考 試題卷

範圍：數乙 第一、二章

三年 _____ 班 _____ 號 姓名：_____

第壹部分、選擇（填）題（占 75 分）

一、單選題（占 25 分）

說明：第 1 題至第 5 題，每題 5 分。

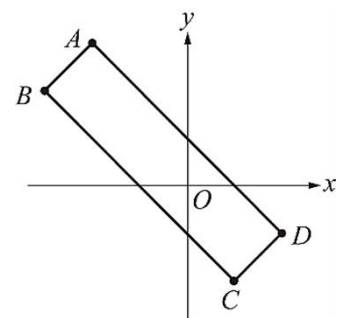
- 化簡 $\sqrt{-4} + \frac{4+3i}{1+2i}$ 可得下列哪一個複數？
 - (1) $-2-i$
 - (2) $-2+i$
 - (3) $2-i$
 - (4) $2+i$
 - (5) $2+3i$
- 設 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 為實係數多項式函數，若 $f(3) = f(2-i) = 0$ ，則 $a+b+c$ 的值是下列哪一個選項？
 - (1) 15
 - (2) 8
 - (3) -1
 - (4) -4
 - (5) -5
- 坐標平面上，直線 $y = 2x$ 與直線 $y = -3x + 5$ 將坐標平面分割成四個區域，試問下列哪一個選項中的點會和點 $(1, 1)$ 在同一個區域？
 - (1) $(-1, 1)$
 - (2) $(20, -54)$
 - (3) $(13, -35)$
 - (4) $(-15, -29)$
 - (5) $(-20, -29)$
- 假設 $x、y$ 為非負整數，試求滿足二元一次聯立不等式 $\begin{cases} x+3y \leq 10 \\ x \leq y \end{cases}$ 的數對 (x, y) 共有幾組？
 - (1) 7 組
 - (2) 8 組
 - (3) 9 組
 - (4) 10 組
 - (5) 11 組

5. 設 a 、 b 為非負實數，若 $z = a + bi$ 滿足聯立不等式 $\begin{cases} |z+1-i| \leq |z-1-7i| \\ |z-3| \leq |z-9| \end{cases}$ ，則 $3a+b$ 的最大值為下列哪一個選項？
- (1) 12 (2) 14 (3) 16 (4) 18 (5) 20

二、多選題（占 32 分）

說明：第 6 題至第 9 題，每題 8 分。

6. 如右圖，設 (x, y) 的可行解區域為矩形 $ABCD$ 區域內（含邊界），且直線 AB 斜率為 1，則下列哪些選項正確？



- (1) $5x - 2y$ 在 A 點有最大值
 (2) $5x - 2y$ 在 B 點有最大值
 (3) $5x - 2y$ 在 D 點有最大值
 (4) $-x + 3y$ 在 A 點有最小值
 (5) $-x + 3y$ 在 C 點有最小值
7. 設 a 、 b 為實數， $z_1 = \sqrt{2} + ai$ 、 $z_2 = \sqrt{2} + bi$ ，且 $z_2 = -z_1 \cdot i$ 。試選出正確的選項。
- (1) $a = b$
 (2) $|z_1| = 2$
 (3) $\overline{z_1} = -z_2$
 (4) 存在一個實係數二次多項式方程式，使得方程式的根為 z_1 及 z_2
 (5) $(z_1)^{10} = 1024i$

8. 已知實係數多項式方程式 $x^3 - kx^2 + (k+3)x - 4 = 0$ 僅有一實根為 $x=1$ ，試問 k 之值可以是下列哪些選項？
- (1) -3 (2) -1 (3) 2 (4) 3 (5) 6
9. 設 α 、 β 為滿足方程式 $x^2 + 3x + 5 = 0$ 的兩根，試選出正確的選項。
- (1) $\alpha + \beta = -3$
- (2) $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{3}{5}$
- (3) $\alpha^2 + \beta^2 = -16$
- (4) $(\alpha^2 + 4\alpha + 6)(\beta^2 + 4\beta + 6) = 3$
- (5) 方程式 $x^2 + x + 3 = 0$ 的兩根為 $\alpha+1$ 及 $\beta+1$

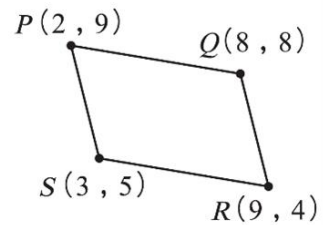
三、選填題（占 18 分）

說明：共三題，題號為 A、B、C，每題 6 分。

- A. 設直線 L_1 的方程式為 $2x - 3y = 5$ ，直線 L_2 的方程式為 $ax - 3y = 15$ ，將直線 L_1 向右平移 h 單位可得直線 L_2 ，則數對 $(a, h) = (\underline{\textcircled{10}}, \underline{\textcircled{11}})$ 。

- B. 設 z 為一複數滿足 $\left| z - \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i \right| = \left| z + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i \right| = 5$ ，則 $|z| = \frac{\textcircled{12} \sqrt{\textcircled{13}}}{\textcircled{14}}$ 。

- C. 已知一線性規劃問題的可行解區域為坐標平面上，由點 $P(2,9)$ 、 $Q(8,8)$ 、 $R(9,4)$ 、 $S(3,5)$ 所圍成的平行四邊形及其內部，如右圖所示。已知目標函數 $x+ky$ (其中 k 為常數) 在 S 點有最小值，若此目標函數的最小值為 α ，則 α 的最大可能範圍是 $\frac{\textcircled{15}\textcircled{16}}{\textcircled{17}} \leq \alpha \leq \textcircled{18}\textcircled{19}$ 。



第貳部分、混合題或非選擇題 (占 25 分)

說明：本部分共有 2 題組，第一題組占 11 分、第二題組占 14 分，所有問題之答案皆請填寫在答案卷上，每小題之配分標於題末。

第一題組

令複數 $z = -1 + \sqrt{3}i$ ， \bar{z} 為 z 的共軛複數。設複數平面上有六個點為 $A_0(2)$ 、 $A_1(2+z)$ 、 $A_2(z)$ 、 $A_3(z+\bar{z})$ 、 $A_4(\bar{z})$ 、 $A_5(\bar{z}+2)$ ，試回答下列問題。

- (1) 請問點 A_3 所代表的複數為下列何者？(單選題，2 分)
 (A) $1 + \sqrt{3}i$ (B) $-1 - \sqrt{3}i$ (C) -2 (D) $1 - \sqrt{3}i$ (E) $3 + \sqrt{3}i$
- (2) 設複數平面上的原點為 O ，則 $\overline{OA_0} + \overline{OA_1} + \overline{OA_2} + \overline{OA_3} + \overline{OA_4} + \overline{OA_5}$ 之值為_____。(填充題，3 分)
- (3) 在複數平面上，依序將 $\overline{A_0A_1}$ 、 $\overline{A_1A_2}$ 、 $\overline{A_2A_3}$ 、 $\overline{A_3A_4}$ 、 $\overline{A_4A_5}$ 、 $\overline{A_5A_0}$ 連起來，會形成一個六邊形，請求出此六邊形的周長與面積之值。(非選擇題，6 分)

第二題組

萌新工廠可用甲、乙兩種原料來製作相同的產品，其中甲原料每噸 2000 元，運費 200 元，可製造產品 400 件；乙原料每噸 3000 元，運費 600 元，可製造產品 800 件。現工廠老闆欲在原料預算不超過 12000 元，運費不超過 1800 元的條件下買進兩種原料，希望能夠製作出最多的產品。

假設老闆購買甲原料 x 噸、乙原料 y 噸，根據上述，請依序回答下列問題。

- (1) 若工廠老闆可以製造出的產品總數為 $ax+by$ (件)，則數對 $(a,b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(填充題，2 分)
- (2) 試寫出此線性規劃問題的聯立不等式。(非選擇題，4 分)
- (3) 試求工廠老闆此次應購買甲、乙兩種原料各多少噸，才能獲得最多的產品數量？又此時的最多產品數量是多少？請在答題卷寫出計算過程，並且畫出可行解區域及標出所有頂點坐標，且以斜線標示該區域。(非選擇題，8 分)

桃園市立武陵高中 113 學年度下高三數學乙 第一次期中考 答案卷

範圍：數乙 第一章、二章

三年 ___ 班 ___ 號 姓名：_____

第貳部分、混合題或非選擇題（占 25 分）

第一題組

(1) (單選題，2 分)	
(2) (填充題，3 分)	
(3) (非選擇題，6 分)	

第二題組

(1) (填充題，2 分)	
(2) (非選擇題，4 分)	
(3) (非選擇題，8 分)	

桃園市立武陵高中 113 學年度下高三數學乙 第一次期中考 解答卷

範圍：數乙 第一章、二章

三年 ___ 班 ___ 號 姓名：_____

第壹部分、選擇（填）題（占 75 分）

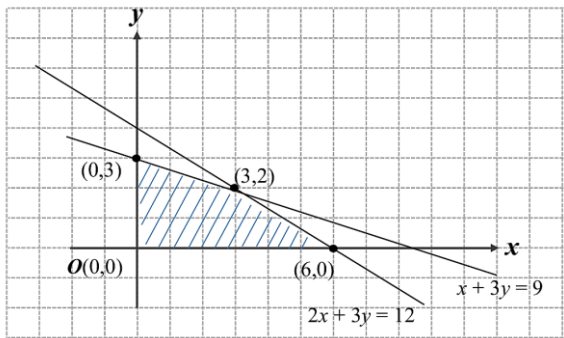
1.	(4)	2.	(5)	3.	(3)	4.	(2)	5.	(5)
6.	(3)(5)	7.	(2)(4)(5)	8.	(2)(3)(4)	9.	(1)(4)(5)		
A.	(2,5)	B.	$\frac{7\sqrt{2}}{2}$	C.	$\frac{17}{4} \leq \alpha \leq 33$				

第貳部分、混合題或非選擇題（占 25 分）

第一題組

(1) (單選題，2 分)	D
(2) (填充題，3 分)	12
(3) (非選擇題，6 分)	<u>六邊形為正六邊形，邊長為 2</u> ，故周長為 12 (2 分)；面積為 $6\sqrt{3}$ (2 分) (說明解釋的部分請老師自行斟酌，占 3 分)

第二題組

(1) (填充題，2 分)	$(a, b) = (400, 800)$										
(2) (非選擇題，4 分)	$\begin{cases} 2000x + 3000y \leq 12000 \\ 200x + 600y \leq 1800 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3y \leq 12 \\ x + 3y \leq 9 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \quad (\text{每一個條件 1 分})$										
(3) (非選擇題，8 分)	<div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; margin-left: 20px;"> <p><u>評分原則：</u> 作圖部分，占 4 分； 計算過程，頂點法 or 平行線法等，占 2 分； 結論部分，占 2 分。</p> </div> </div> <table border="1" style="margin-top: 10px; width: 100%;"> <tr> <td>(x, y)</td> <td>(0, 0)</td> <td>(0, 3)</td> <td>(3, 2)</td> <td>(6, 0)</td> </tr> <tr> <td>$400x + 800y$</td> <td>0</td> <td>2400</td> <td>2800</td> <td>2400</td> </tr> </table> <p>依據頂點法可知，當買進甲原料 <u>3 公噸</u>、乙原料 <u>2 公噸</u>，可以有最多產量 <u>2800 件</u>。</p>	(x, y)	(0, 0)	(0, 3)	(3, 2)	(6, 0)	$400x + 800y$	0	2400	2800	2400
(x, y)	(0, 0)	(0, 3)	(3, 2)	(6, 0)							
$400x + 800y$	0	2400	2800	2400							

桃園市立武陵高中 113 學年度下高三數學乙 第一次期中考 解答卷

範圍：數乙 第一、二章

三年 _____ 班 _____ 號 姓名： _____

第壹部分、選擇（填）題（占 75 分）

一、單選題（占 25 分）

說明：第 1 題至第 5 題，每題 5 分。

1. 化簡 $\sqrt{-4} + \frac{4+3i}{1+2i}$ 可得下列哪一個複數？ (4)
- (1) $-2-i$
(2) $-2+i$
(3) $2-i$
(4) $2+i$
(5) $2+3i$
2. 設 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 為實係數多項式函數，若 $f(3) = f(2-i) = 0$ ，則 $a+b+c$ 的值是下列哪一個選項？ (5)
- (1) 15 (2) 8 (3) -1 (4) -4 (5) -5
3. 坐標平面上，直線 $y = 2x$ 與直線 $y = -3x + 5$ 將坐標平面分割成四個區域，試問下列哪一個選項中的點會和點 $(1, 1)$ 在同一個區域？ (3)
- (1) $(-1, 1)$ (2) $(20, -54)$ (3) $(13, -35)$ (4) $(-15, -29)$ (5) $(-20, -29)$
4. 假設 x, y 為非負整數，試求滿足二元一次聯立不等式 $\begin{cases} x+3y \leq 10 \\ x \leq y \end{cases}$ 的數對 (x, y) 共有幾組？ (2)
- (1) 7 組 (2) 8 組 (3) 9 組 (4) 10 組 (5) 11 組

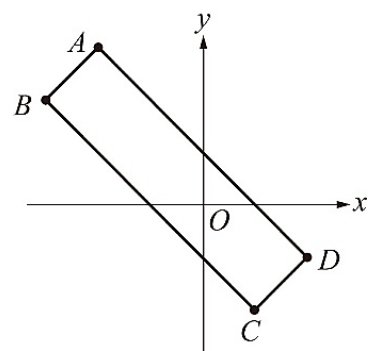
5. 設 a 、 b 為非負實數，若 $z = a + bi$ 滿足聯立不等式 $\begin{cases} |z+1-i| \leq |z-1-7i| \\ |z-3| \leq |z-9| \end{cases}$ ，則 $3a+b$ 的最大值為
- 下列哪一個選項？ (5)
- (1) 12 (2) 14 (3) 16 (4) 18 (5) 20

二、多選題（占 32 分）

說明：第 6 題至第 9 題，每題 8 分。

6. 如右圖，設 (x, y) 的可行解區域為矩形 $ABCD$ 區域內（含邊界），且直線 AB 斜率為 1，則下列哪些選項正確？ (3)(5)

- (1) $5x-2y$ 在 A 點有最大值
 (2) $5x-2y$ 在 B 點有最大值
 (3) $5x-2y$ 在 D 點有最大值
 (4) $-x+3y$ 在 A 點有最小值
 (5) $-x+3y$ 在 C 點有最小值



7. 設 a 、 b 為實數， $z_1 = \sqrt{2} + ai$ 、 $z_2 = \sqrt{2} + bi$ ，且 $z_2 = -z_1 \cdot i$ 。試選出正確的選項。(2)(4)(5)
- (1) $a = b$
 (2) $|z_1| = 2$
 (3) $\overline{z_1} = -z_2$
 (4) 存在一個實係數二次多項式方程式，使得方程式的根為 z_1 及 z_2
 (5) $(z_1)^{10} = 1024i$

8. 已知實係數多項式方程式 $x^3 - kx^2 + (k+3)x - 4 = 0$ 僅有一實根為 $x=1$ ，試問 k 之值可以是下列哪些選項？ (2)(3)(4)
- (1) -3 (2) -1 (3) 2 (4) 3 (5) 6
9. 設 α 、 β 為滿足方程式 $x^2 + 3x + 5 = 0$ 的兩根，試選出正確的選項。(1)(4)(5)
- (1) $\alpha + \beta = -3$
- (2) $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{3}{5}$
- (3) $\alpha^2 + \beta^2 = -16$
- (4) $(\alpha^2 + 4\alpha + 6)(\beta^2 + 4\beta + 6) = 3$
- (5) 方程式 $x^2 + x + 3 = 0$ 的兩根為 $\alpha+1$ 及 $\beta+1$

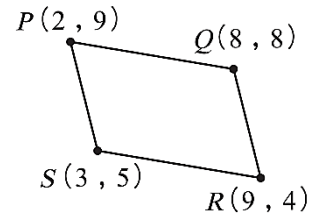
三、選填題 (占 18 分)

說明：共三題，題號為 A、B、C，每題 6 分。

- A. 設直線 L_1 的方程式為 $2x - 3y = 5$ ，直線 L_2 的方程式為 $ax - 3y = 15$ ，將直線 L_1 向右平移 h 單位可得直線 L_2 ，則數對 $(a, h) = (\underline{\textcircled{10}}, \underline{\textcircled{11}})$ 。(2,5)

- B. 設 z 為一複數滿足 $\left| z - \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i \right| = \left| z + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i \right| = 5$ ，則 $|z| = \frac{\textcircled{12} \sqrt{\textcircled{13}}}{\textcircled{14}}$ 。 $\frac{7\sqrt{2}}{2}$

C. 已知一線性規劃問題的可行解區域為坐標平面上，由點 $P(2,9)$ 、 $Q(8,8)$ 、 $R(9,4)$ 、 $S(3,5)$ 所圍成的平行四邊形及其內部，如右圖所示。已知目標函數 $x+ky$ (其中 k 為常數) 在 S 點有最小值，若此目標



函數的最小值為 α ，則 α 的最大可能範圍是 $\frac{\textcircled{15}\textcircled{16}}{\textcircled{17}} \leq \alpha \leq \textcircled{18}\textcircled{19}$ 。

$$\frac{17}{4} \leq \alpha \leq 33$$

第貳部分、混合題或非選擇題 (占 25 分)

說明：本部分共有 2 題組，第一題組占 11 分、第二題組占 14 分，所有問題之答案皆請填寫在答案卷上，每小題之配分標於題末。

第一題組

令複數 $z = -1 + \sqrt{3}i$ ， \bar{z} 為 z 的共軛複數。設複數平面上有六個點為 $A_0(2)$ 、 $A_1(2+z)$ 、 $A_2(z)$ 、 $A_3(z+\bar{z})$ 、 $A_4(\bar{z})$ 、 $A_5(\bar{z}+2)$ ，試回答下列問題。

- (1) 請問點 A_5 所代表的複數為下列何者？(單選題，2 分) **D**
 (A) $1 + \sqrt{3}i$ (B) $-1 - \sqrt{3}i$ (C) -2 (D) $1 - \sqrt{3}i$ (E) $3 + \sqrt{3}i$
- (2) 設複數平面上的原點為 O ，則 $\overline{OA_0} + \overline{OA_1} + \overline{OA_2} + \overline{OA_3} + \overline{OA_4} + \overline{OA_5}$ 之值 **12**。(填充題，3 分)
- (3) 在複數平面上，依序將 $\overline{A_0A_1}$ 、 $\overline{A_1A_2}$ 、 $\overline{A_2A_3}$ 、 $\overline{A_3A_4}$ 、 $\overline{A_4A_5}$ 、 $\overline{A_5A_0}$ 連起來，會形成一個六邊形，請求出此六邊形的周長與面積之值。(非選擇題，6 分) **周長為 12；面積 $6\sqrt{3}$**

第二題組

萌新工廠可用甲、乙兩種原料來製作相同的產品，其中甲原料每噸 2000 元，運費 200 元，可製造產品 400 件；乙原料每噸 3000 元，運費 600 元，可製造產品 800 件。現工廠老闆欲在原料預算不超過 12000 元，運費不超過 1800 元的條件下買進兩種原料，希望能夠製作出最多的產品。

假設老闆購買甲原料 x 噸、乙原料 y 噸，根據上述，請依序回答下列問題。

- (1) 若工廠老闆可以製造出的產品總數為 $ax+by$ (件)，則數對 $(a,b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(填充題，2 分)
 $(a,b) = (400,800)$
- (2) 試寫出此線性規劃問題的聯立不等式。(非選擇題，4 分) **略**
- (3) 試求工廠老闆此次應購買甲、乙兩種原料各多少噸，才能獲得最多的產品數量？又此時的最多產品數量是多少？請在答題卷寫出計算過程，並且畫出可行解區域及標出所有頂點坐標，且以斜線標示該區域。(非選擇題，8 分) **買進甲原料 3 公噸、乙原料 2 公噸，最多 2800 件**