桃園市立武陵高中 111 學年度第 1 學期第 2 次段考高二數學(A) 題目卷

班級: 座號: 姓名: 適用班級: 202.204-218.220

一、多選題(每題8分,錯1個選項得5分,錯2個選項得2分,錯3個以上選項得0分)

- 1. 用一條長度為40的繩子圍出一個扇形,當此扇形面積有最大值時,則下列 敘述哪些正確?
 - (1) 此時扇形面積為 100
- (2) 此時扇形半徑為 20
- (3) 此時扇形圓心角為 2π (4) 此時扇形的弧長為 20
- (5) 此時扇形的內切圓半徑為 $\frac{20 \cdot \sin 1}{1 + \sin 1}$
- 2. 下列哪些函數圖形的對稱中心與 $y = \sin 2x$ 圖形的對稱中心完全一樣?

(1)
$$y = \cos x$$

(2)
$$y = \tan x$$

(3)
$$y = \cos 2x$$

(4)
$$y = \tan 2x$$

$$(5) y = \cos(2x + \frac{\pi}{2})$$

3. 設 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$,且 $\sin \theta = \frac{1}{3}$,則下列敘述哪些正確?

$$(1) \cos 2\theta = \frac{7}{9}$$

$$(2) \sin 2\theta = \frac{2\sqrt{2}}{9}$$

$$(3) \cos 3\theta = \frac{10\sqrt{2}}{27}$$

(4)
$$\sin 3\theta = \frac{26}{27}$$

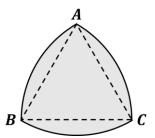
$$(5) \sin\frac{\theta}{2} - \cos\frac{\theta}{2} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

- 4. 設函數 $y = f(x) = \sin x + \cos x$,若 $\frac{\pi}{6} < x < \pi$,則下列敘述哪些正確?
 - (1) f(x) 的最大值為 $\sqrt{2}$
- (2) f(x) 的最小值為 $-\sqrt{2}$
- (3) 當 f(x) 有最大值時, $x = \frac{\pi}{2}$ (4) 當 f(x) 有最小值時, $x = \pi$
- (5) y = f(x)可由 $y = \sin x$ 的圖形經過適當的鉛直伸縮與水平平移得到

二、填充題(每格6分,共48分)

1.
$$\sin \frac{5\pi}{3} \times \cos \frac{7\pi}{6} - \cos \frac{11\pi}{6} \times \sin \frac{2\pi}{3} + \cos \frac{3\pi}{2} \times \tan \frac{\pi}{12} = \underline{\hspace{1cm}}$$

2. 設正三角形 ABC 的邊長為 1,分別以 $A \cdot B \cdot C$ 為圓心,1 為半徑畫出 BC 弧、AC 弧、AB 弧,如附圖所示。則塗色部分的面積為_____。



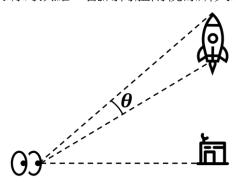
3.
$$\triangle ABC$$
 中,已知 $\sin A = \frac{1}{\sqrt{10}}$ 、 $\cos B = -\frac{1}{\sqrt{5}}$,則 $\angle C =$ _____。

4. 已知 $y = \cos(3x + 1)$ 的圖形可藉由 $y = \cos x$ 的圖形先水平伸縮 a 倍、再向左平移 b 單位得到;也可藉由 $y = \sin x$ 的圖形先向左平移 c 單位、再水平伸縮 d 倍得到。設 a > 0、 $0 < b < \frac{\pi}{2}$ 、 $0 < c < 2\pi$ 、d > 0,則數對 $(a,b,c,d) = _______。$

5. 設 $0 < x < \pi$,若 α 、 β 為 $\sqrt{3}\sin x - \cos x = \sqrt{3}$ 的兩根,則 $\tan \frac{\alpha + \beta}{2} = \underline{\hspace{1cm}} \circ$

6. 已知 $f(x) = \sin^2 x - 8 \sin x \cos x - 3 \cos^2 x$ 的最大值為 α 、最小值為 β ,則 $\alpha + \beta = \underline{\hspace{1cm}}$ 。

7. 某天小恩自製了一個火箭玩具及其發射台。已知火箭玩具的高度為 2 公尺,發射台的高度為 1 公尺,今小恩趴在距離發射台 3 公尺的地上,觀測火箭垂直上升的過程中視角所產生的差異,試根據上述條件回答下列問題:
 (視角的定義為以眼睛為頂點,觀測物體兩視線所夾的角 θ ,如圖所示。)



- (1) 若火箭尚未發射之前,<u>小恩</u>觀測火箭的視角為 α ;火箭發射上升2公尺的瞬間,<u>小恩</u>觀測火箭的視角為 β ,則數對 $(\tan \alpha, \tan \beta) =$ _____。
- (2) 根據第(1)小題所計算的結果,試比較 α 、 β 之大小:_____。

- 三、混合題(共 20 分)
- 1. 設 $\alpha \cdot \beta$ 皆為廣義角,試利用餘弦的差角公式 $\cos(\alpha \beta)$ 證明正弦的和角公 式 $sin(\alpha + \beta)$ (證明題, 6分)

2. 某天阿兩跟海豚刑警因為私人因素必須到龜有漁港測量海水漲落的水深紀 錄。但阿兩從 0 時一路睡大頭覺到 14 時,因此下表皆為海豚刑警所記錄:

時間(時)	0	2	4	6	8	10	12	14
水深(公尺)	5.5	2.5	1		5.5	7	5.5	2.5

已知海豚刑警在5時至7時這段時間不小心睡著,沒記錄到當日6時的水 深。但根據以往的紀錄可知道龜有漁港的水深 (y) 與測量時間 (x) 的關係正 好符合正弦函數 $y = a \sin(bx + c) + d$, 其中 a > 0, b > 0, $0 < c < 2\pi$, 試回答下列問題:

- (1) 下列關於 $y = a \sin(bx + c) + d$ 的敘述,哪些是正確的? (多選題,8分。錯1個選項得5分,錯2個選項得2分,錯3個以上選項得0分)
 - (A) 週期 = 16 小時

- (B) 基線為 y = 5.5
- (C) 當日最淺水深為 1 公尺 (D) 當日最深水深為 7 公尺
- (E) 當日 6 時的水深應為 2.5 公尺
- (2) 已知阿兩是為了在龜有漁港尋找魯夫遺留在此的大秘寶,且低潮(水深最 低)時為最佳搜索時間,請先幫 $\overline{\text{阿兩}}$ 計算出a,b,c,d之值,再推算阿兩14時起床後,應於當日何時開始搜索大秘寶最好?(手寫題,6分)

桃園市立武陵高中 111 學年度第 1 學期第 2 次段考高二數學(A) 答案卷

班級: 座號: 姓名:				適用班級:202,204-218,220			
一、多選題(每題 8 分, 錯 1 個 1		国選項得 5 分,錯 2 個選項行 2		分,錯 3	個以上選項得 0 分) 4		
二、填充	題(每格 6 /	分,共	48分)				
	1		2		3		
	4		5		6		
7(1)		7(2)					
1. (6分	分,錯 1 個		了一个一个一个一个一个一个一个一个一个一个一个一个一个一个一个一个一个一个一个			、上選項得 0 分	

桃園市立武陵高中 111 學年度第 1 學期第 2 次段考高二數學(A) 解答

班級: 座號: 姓名: 適用班級:202,204-218,220

一、多選題(每題8分,錯1個選項得5分,錯2個選項得2分,錯3個以上選項得0分)

1	2	3	4
(1)(4)	(2)(5)	(1)(3)	(1)(5)

二、填充題(每格6分,共48分)

	- /41	
1	2	3
0	$\frac{\pi-\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\pi}{4}$
4	5	6
$(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{\pi+2}{2}, \frac{1}{3})$	$-\sqrt{3}$	-2
7(1)	7(2)	
$(\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$	$\alpha > \beta$	

三、混合題(證明題與手寫題需有詳細計算過程才給分,答案卷背面也可書寫)

1. (6分)

$$\sin(\alpha + \beta) = \cos(90^{\circ} - \alpha - \beta)$$

$$= \cos(90^{\circ} - \alpha)\cos\beta + \sin(90^{\circ} - \alpha)\sin\beta$$

$$= \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$$

2. (1)CDE (8 分, 錯 1 個選項得 5 分, 錯 2 個選項得 2 分, 錯 3 個以上選項得 0 分) (2)共 6 分

$$a = 3 (1 分)$$

$$b = \frac{\pi}{6} \ (1 \ \%)$$

$$c = \frac{5\pi}{6} \ (2 \ \%)$$

$$d = 4$$
 (1分)

16 時最佳 (1分)