

桃園市立武陵高中 114 學年度第一學期 高二數學 A 第二次段考

範圍：龍騰版單元 5~7 (指數與對數) 請按照題號依序畫卡，第四大題請寫在答案卷上

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

此張考卷可能會用上的對數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$, $\log_{10} 3 \approx 0.4771$, $\log_{10} 7 \approx 0.8451$

一、單選題 (每題 5 分)

1. () 武陵銀行推出年利率 4% 優惠專案，A 方案為以半年複利計息，B 方案為以一年複利計息，供客戶自由選擇。若聰明的幻周在此銀行存 1 萬元，並且選擇了對自己較優惠的方案，則 10 年後幻周可領回的本利和最接近下列哪個選項：

(1) 12190 元 (2) 14790 元 (3) 14860 元 (4) 21870 元 (5) 2 億元

(請利用以下所給對數值作計算： $\log 1.02 \approx 0.0086$, $\log 1.04 \approx 0.0170$, $\log 1.219 \approx 0.0860$, $\log 1.479 \approx 0.1700$, $\log 1.486 \approx 0.1720$, $\log 2.187 \approx 0.3400$)

二、多重選擇題：(每題 10 分，錯一個選項得 6 分，錯兩個選項得 2 分)

2. () 已知 $e \approx 2.7$, $\pi \approx 3.1$, $\log e \approx 0.434$, $\log \pi \approx 0.497$, 試選出正確的選項。

(1) $\log_e \pi > \log_\pi e$

(2) $e^{-e} > \pi^{-\pi}$

(3) $e^{\log \pi} > \pi^{\log e}$

(4) $e^{\log e} > \pi^{\log \pi}$

(5) $e^\pi > \pi^e$

3. () 阿平在研究函數 $f(x) = \sqrt{x}$ 時發現，456 雖位於 123 及 789 的正中間，然而 $f(456)$ 卻比較靠近 $f(789)$ ，即 $|f(123) - f(456)| > |f(456) - f(789)|$ ，試從下列各選項中，選出亦會滿足 $|f_i(123) - f_i(456)| > |f_i(456) - f_i(789)|$ 的函數。

(1) $f_1(x) = 2^x$

(2) $f_2(x) = -0.9527^x$

(3) $f_3(x) = \log_{\frac{1}{\pi}} x$

(4) $f_4(x) = \log_3(1000 - x)$

(5) $f_5(x) = \log_2 x + \log_3 x$

三、選填題：(每格 6 分)

A. 試求 $\log_3 7 - \log_3 42 + \log_3 2 = \underline{\textcircled{4} \textcircled{5}}$ 。

B. 設 $x > 0$ ，解方程式 $x^{-3+\log_2 x^2} = \frac{x^6}{16}$ ，得 $x = \underline{\textcircled{6} \textcircled{7}}$ 或 $\underline{\sqrt{\textcircled{8}}}$ 。

C. 若方程式 $4^x - 8 \cdot 2^x + 15 = 0$ 的所有根之和為 $\log_4 k$ ，則 $k = \underline{\textcircled{9} \textcircled{10} \textcircled{11}}$ 。

D. 若正實數 x 與 y 滿足方程式 $\log_4 x = \log_2 4\sqrt{y} = \frac{5}{2}$ ，則與 $\log_3(x+9y)$ 最接近的正整數為 $\underline{\textcircled{12}}$ 。

E. 試問有 $\underline{\textcircled{13} \textcircled{14}}$ 個不大於 30 的正整數 x 滿足不等式 $\left(\frac{x}{10}\right)^{(x-10)^2} \geq \left(\frac{x}{10}\right)^9$ 。

F. 已知 $0 \leq x \leq 2$ ， $f(x) = -2^{-2x} + 2^{-x} + 2$ ，若 $f(x)$ 的最大值為 M ，最小值為 m ，則數對 (M, m)

$$= \left(\frac{15}{16}, \frac{17}{16} \right)。$$

G. 根據英國研究指出，武陵高中學生的數學能力每經過一節認真的數學課可變為原本的 1.44 倍，請問至少需要上 18 節認真的數學課，武陵高中學生的數學能力才會變成原本的 10 倍。(答案請無條件進位至整數)

H. 武陵高中段考前都會流傳一張梗圖(如右圖)，某屆學長研究過，段考前對這張照片膜拜時數 t (單位：小時) 與考試時獲得的家麒庇佑之力 E (單位：查克拉) 有著以下關係式： $\log_2 E = 0.87 + 0.2t$ 。若此學長的研究屬實，且甲生在段考前對此張梗圖膜拜了 80 小時，乙生則是只有膜拜了 20 小時，求甲生考試時獲得的家麒庇佑之力為乙生的 19 20 21 22 倍。

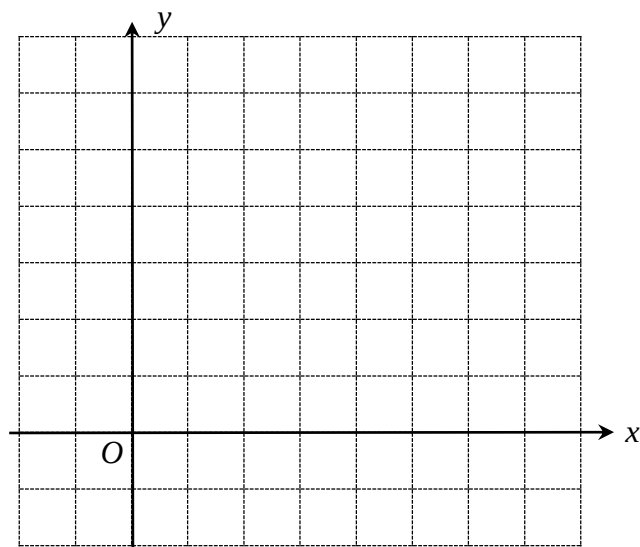


I. 若 n 為使 $\log_3(\log_5(\log_7 n))$ 為正整數的最小正整數，則 n 為 23 24 25 位數，且 n 的最高位數為 26。

- J. 方程式 $\sqrt{2}^{3^x} - 3^x = 3$ 共有 27 個不同的實數解。

四、混合題或非選擇題：(共 15 分)

1. (簡答題，2 分) 試以文字敘述 $y = \log_2(2x-2)$ 的圖形要如何從 $y = \log_2 x$ 的圖形平移(不可伸縮)得到。
2. (作圖題，5 分) 試在下圖中畫出 $y = \log_2(2x-2)$ 的圖形與 $y = 2^{x-2}$ 的圖形，並標出這兩個函數圖形的所有交點坐標及兩個圖形與 x 軸、 y 軸的交點坐標。

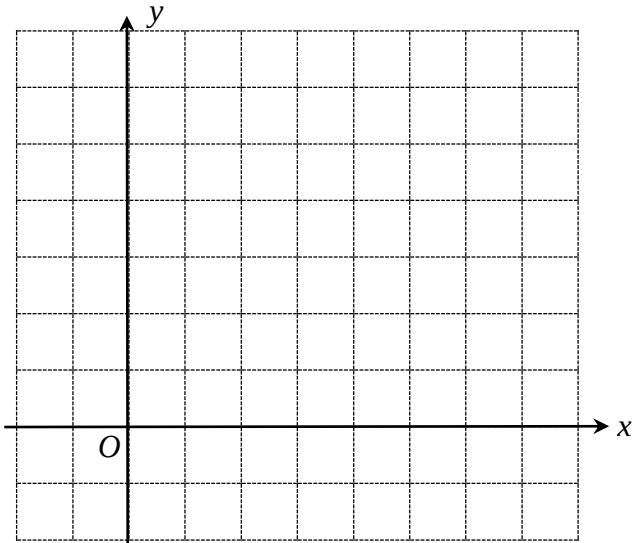


3. (單選題，3 分) 承上題，若 $y = \log_2(2x-2)$ 的圖形與 $y = 2^{x-2}$ 的圖形對稱於直線 L ，則直線 L 的方程式為？ (1) $y = x$ (2) $y = -x$ (3) $y = x + 1$ (4) $y = -x + 1$ (5) $y = x - 1$
4. (計算題，需有計算過程，5 分) 設 $a > 1$ ，若坐標平面上三函數 $f(x) = a^{x-2}$ 、 $g(x) = \log_a(ax-a)$ 與 $h(x) = x^2 - 2x - 5$ 有共同的交點，試求交點坐標及 a 的值。

桃園市立武陵高中 114 學年度第一學期 高二數學 A 第二次段考

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

四、混合題或非選擇題：(共 15 分)

1	(2 分)
2	試在下圖中畫出 $y = \log_2(2x-2)$ 的圖形與 $y = 2^{x-2}$ 的圖形，並標出這兩個函數圖形的<u>所有交點坐標</u>及兩個圖形<u>與 x 軸、y 軸的交點坐標</u>。(5 分) 
3	(單選題) (3 分)
4	(5 分)

桃園市立武陵高中 114 學年度第一學期 高二數學 A 第二次段考

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____ (教師答案卷)

一、單選題 1. 3

二、多重選擇題 2. 125 3. 235

三、選填題 A. -1 B. 16 或 $\sqrt{2}$ C. 225 D. 4 E. 22

F. $(\frac{9}{4}, 2)$ G. 7 H. 4096 I. 106, 4 J. 1

四、混合題或非選擇題：(共 15 分)

1	右移 1 單位再上移 1 單位 (2 分，寫對一半給 1 分)
2	試在下圖中畫出 $y = \log_2(2x-2)$ 的圖形與 $y = 2^{x-2}$ 的圖形，並標出這兩個函數圖形的<u>所有交點坐標</u>及兩個圖形<u>與 x 軸、y 軸的交點坐標</u>。 (此題 5 分，圖形跟四個坐標都各 1 分，最多扣到 5 分)
3	(單選題) 5 (3 分)
4	交點(4, 3) (3 分) $a = \sqrt{3}$ (2 分) 閱卷老師可視情況斟酌給分