

桃園市立武陵高級中學 112 學年度第一學期高一第一次期中考數學試題

範圍：單元 1 至單元 4

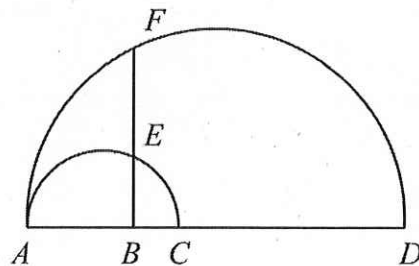
一、多重選擇題：每題 8 分，共 16 分

(錯一個選項得 5 分，兩個得 2 分，三個以上或未作答得 0 分)

() 1. 下列哪些選項正確？

(A) $\log 2$ 是無理數(B) 若 a 為無理數，則 $\log a$ 為無理數(C) 若 a^3 為無理數，則 a 為無理數(D) 若 a^4 與 a^{10} 均為有理數，則 a 為有理數(E) 若 $\sqrt{2}a+b$ 與 $a+\sqrt{2}b$ 均為有理數，則 $a+b$ 為無理數

() 2. 如下圖，已知 $A、B、C、D$ 四點共線且 $\overline{AB}=2$ ， $\overline{BC}=3-\sqrt{5}$ ， $\overline{CD}=2\sqrt{5}$ ，分別以 $\overline{AC}$ 與 $\overline{AD}$ 為直徑做半圓，再過 B 做 $\overline{AD}$ 的垂直線分別交上述兩半圓於 $E、F$ ，試問下列哪些選項正確？

(A) $\overline{BE} = \frac{5}{4}$ (B) $\overline{BF} = \sqrt{5}+1$ (C) $2\overline{BF} > \overline{AD}$ (D) $\overline{AB} \times \overline{CE} = \overline{BE} \times \overline{AE}$ (E) $\overline{BE}^3 + \overline{BF}^3 = 16\sqrt{5}$ 

二、填充題 I：每格 4 分，共 16 分

1. 求下列各式的值：

(1) $10^{\log 1024} = \underline{\hspace{2cm}}$

(2) $1.23\overline{4} = \underline{\hspace{2cm}}$ (最簡分數)

$$(3) \left(27^{-\frac{2}{3}} \times \left(\frac{81}{625} \right)^{0.25} \times \sqrt[5]{225\sqrt{15}} \right)^{-2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

2. 已知 $10^{x \log 3} = \frac{1}{27}$, $10^{\frac{\log 5}{y}} = \frac{\sqrt{5}}{25}$, 求 $x+y$ 之值為 $\underline{\hspace{2cm}}$

三、填充題 II：每格 6 分，共 54 分

1. 若 $\sqrt{26+\sqrt{133}}$ 介於兩連續正整數 n 與 $n+1$ 之間，則 $n = \underline{\hspace{2cm}}$

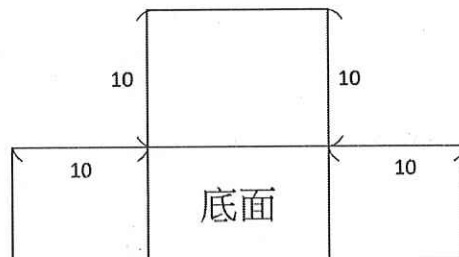
2. 方程式 $|x-5|+2x=3$ 的解為 $x = \underline{\hspace{2cm}}$

3. 設 a 、 b 、 c 均為正實數，若 $4^a = 25$ 且 $b^c = 8$ ，試求 b^{ac} 之值為 $\underline{\hspace{2cm}}$

4. 數線上有兩定點 $A(-16)$ 與 $B(8)$ ，已知 P 、 Q 均在 $\overline{AB}$ 上，滿足 $\overline{AP}:\overline{BP}=5:3$ ， $\overline{PQ}:\overline{BQ}=2:7$ ，求 Q 點坐標為 $\underline{\hspace{2cm}}$

5. 設 a 、 b 為實數，已知不等式 $\begin{cases} |x+2| < 9 \\ |-2x+a| > b \end{cases}$ 的解為 $(-11, -4) \cup (3, 7)$ ，試求數對 $(a, b) =$ _____

6. 將一個高 10 公分，底面積 32 平方公分的長方體容器去除其上蓋與一個側面後，將剩餘的四個面展開如下圖所示，試問此展開圖的最小面積為 _____ 平方公分



7. 設 $0 < a < 1$ ，已知 $a + a^{-1} = 11$ ，試求 $a^{\frac{3}{2}} - a^{-\frac{3}{2}}$ 之值為 _____

8. 電腦記憶體的儲存單位為 $1\text{GB} = 1024\text{MB}$ ， $1\text{TB} = 1024\text{GB}$ 。小凱喜歡攝影，拍攝了很多照片，打算將這些照片存入容量大小為 1TB 的硬碟。若每張照片檔案大小為 5MB ，此硬碟最多可存入 $a \times 10^n$ 張照片，其中 $1 \leq a < 10$ ， n 為整數，則 $n =$ _____ ($\log 2 \approx 0.3010$)

9. 有三位學者實驗發現，體重 w (公克) 的動物在跑動 1 公里時，若每公克體重的基礎耗氧量為 m (毫升)，則 w 與 m 的關係式為 $m = \frac{8.46}{w^{0.4}}$ 。根據此關係式，體重 7 公斤的狗每公克體重的基礎耗氧量為體重 224 公斤雄獅的 _____ 倍

四、計算證明題：共 14 分(需寫出清楚計算過程，違者不予計分)

1. 已知當 m 為完全平方數時，則 $\sqrt{m}$ 為有理數，反之亦成立(例如 $\sqrt{1}$ 、 $\sqrt{4}$ 、 $\sqrt{9}$ 、...等為有理數，而 $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{3}$ 、 $\sqrt{5}$ 、...等為無理數)。試證：設 n 為大於 2 的整數，則 $\sqrt{2} + \sqrt{n}$ 為無理數 (6 分)

2. 解不等式 $|x-5| + |3x+1| \leq 12$ (8 分)

桃園市立武陵高級中學 112 學年度第一學期高一第一次期中考數學答案卷

範圍：單元 1 至單元 4

一年____班____號 姓名_____

一、多重選擇題：每題 8 分，共 16 分(8/5/2/0/0/0)

1.	2.
----	----

二、填充題 I：每格 4 分，共 16 分

1.(1)	1.(2)	1.(3)	2.
-------	-------	-------	----

三、填充題 II：每格 6 分，共 54 分

1.	2.	3.	4.	5.
6.	7.	8.	9.	

四、計算證明題：共 14 分(需寫出清楚計算過程，違者不予計分)

1.	2.
----	----

桃園市立武陵高級中學 112 學年度第一學期高一第一次期中考數學答案卷

範圍：單元 1 至單元 4

一年____班____號 姓名_____

一、多重選擇題：每題 8 分，共 16 分(8/5/2/0/0/0)

1. AC	2. BDE
----------	-----------

二、填充題 I：每格 4 分，共 16 分

1.(1) 1024	1.(2) $\frac{611}{495}$ (或 $1\frac{116}{495}$)	1.(3) 15	2. $-\frac{11}{3}$
---------------	--	-------------	-----------------------

三、填充題 II：每格 6 分，共 54 分

1. 6	2. -2	3. 125	4. 1 或 $-\frac{23}{5}$	5. (-1, 7)
6. 192	7. -36	8. 5	9. 4	

四、計算證明題：共 14 分(需寫出清楚計算過程，違者不予計分)

1. 設 $\sqrt{2} + \sqrt{n}$ 為有理數 則 $\sqrt{n} - \sqrt{2} = \frac{n-2}{\sqrt{n} + \sqrt{2}}$ 為有理數 所以 $\sqrt{2} = \frac{(\sqrt{n} + \sqrt{2}) - (\sqrt{n} - \sqrt{2})}{2}$ 亦為有理數 矛盾，故 $\sqrt{2} + \sqrt{n}$ 為無理數 另解 設 $\sqrt{2} + \sqrt{n} = p$ 為有理數，則 $\sqrt{n} = p - \sqrt{2}$ $\Rightarrow n = p^2 + 2 - 2\sqrt{2}p$ $\Rightarrow \sqrt{2} = \frac{p^2 + 2 - n}{2p}$ 矛盾，故 $\sqrt{2} + \sqrt{n}$ 為無理數	2. (1) 當 $x \geq 5$，由 $x-5 + 3x+1 \leq 12$ $\Rightarrow x-5+3x+1 \leq 12$ $\Rightarrow x \leq 4$ 故 x 不存在 (2) 當 $-\frac{1}{3} \leq x < 5$，由 $x-5 + 3x+1 \leq 12$ $\Rightarrow 5-x+3x+1 \leq 12$ $\Rightarrow x \leq 3$ 故 $-\frac{1}{3} \leq x \leq 3$ (3) 當 $x < -\frac{1}{3}$，由 $x-5 + 3x+1 \leq 12$ $\Rightarrow 5-x-3x-1 \leq 12$ $\Rightarrow x \geq -2$ 故 $-2 \leq x < -\frac{1}{3}$ 由(1)(2)(3)知 $-2 \leq x \leq 3$
---	---