

武陵高中 114 學年度第二學期高一數學科第一次期中考題目卷(101-120)

範圍：數列與級數、數據分析

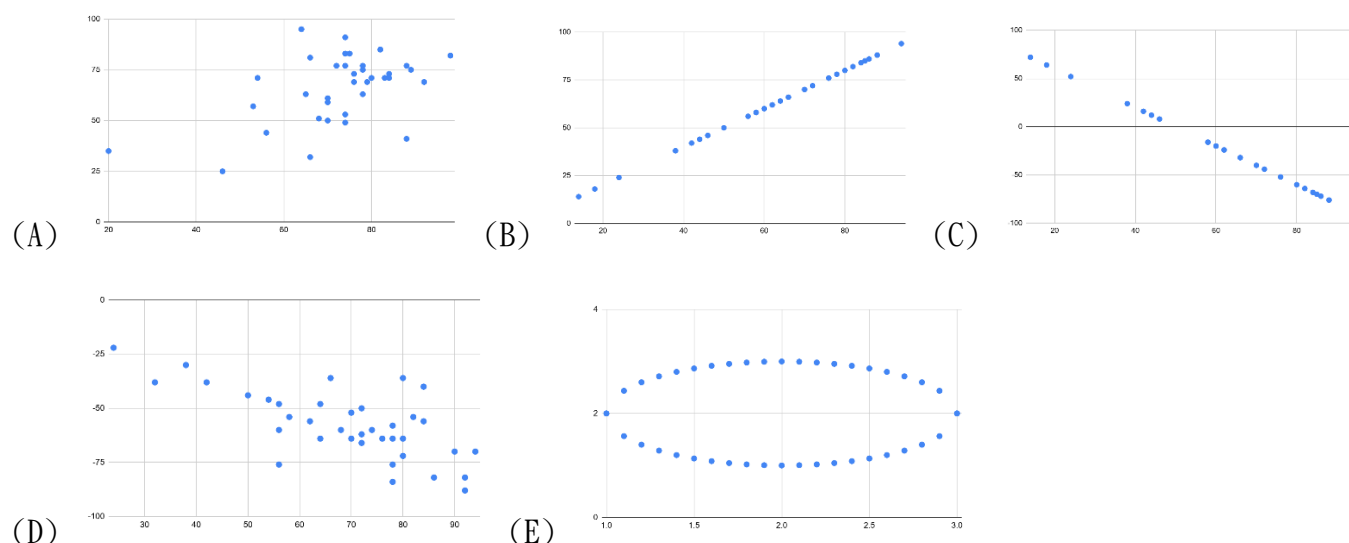
班級：

座號：

姓名：

一、單選題(一題 4 分，共 8 分)

- () 1. 小南的薪資在最近三年共經歷了以下調整：第一年增加 20%、第二年減少 10%、第三年增加 60%，請問小南這三年薪資平均成長率(四捨五入至整數)是多少？(A) 70% (B) 27% (C) 25% (D) 20% (E) 31%
- () 2. 下列各圖為兩變數 X 、 Y 的散布圖，何者的線性相關程度最弱？



二、多選題(一題 8 分，共 24 分；錯一個選項得 5 分，錯兩個選項得 2 分，錯三個選項以上或未作答得 0 分)

- () 1. 設 a 、 b 為兩定數且皆為正數，若 a, x, y, b 為等差數列， a, u, v, b 為等比數列，請選出正確的選項。
- (A) $x = \frac{2a+b}{3}$ (B) $v = a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{3}}$ (C) $xy \geq uv$ (D) $(x+y)^2 \geq 2uv$ (E) $\frac{a+x+y+b}{4} \geq \sqrt[4]{auvb}$

- () 2. 已知 $\langle a_n \rangle$ 為等差數列， $\langle b_n \rangle$ 為等比數列，請選出正確的選項。
- (A) 若 $c_n = 2^{a_n} \cdot b_n$ ，則 $\langle c_n \rangle$ 為公比為正的等比數列
- (B) 若 $\langle b_n \rangle$ 各項皆為正數， $d_n = (b_1 b_2 \cdots b_n)^{\frac{1}{n}}$ ，則 $\langle d_n \rangle$ 為等比數列
- (C) 若 $\langle a_n b_n \rangle$ 為等差數列，則 $\langle a_n b_n \rangle$ 的公差為 0
- (D) 若 $S_n = b_1 + b_2 + \cdots + b_n = 0$ ，則 n 為正偶數
- (E) 若 $\langle a_n - b_n \rangle$ 為等比數列，則 $\langle a_n \rangle$ 的公差 = 0 且 $\langle b_n \rangle$ 的公比 = 1

- () 3. 請選出下列敘述正確的選項。
- (A) 等比數列 $\langle a_n \rangle$ 的公比為 r ，則前 n 項和 $S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$
- (B) 小明上次段考的國文跟數學成績分別為 70 跟 60 分，若國文跟數學的全班平均分別為 64 跟 51，標準差分別為 5 跟 8，則跟班上同學比較的話小明的國文表現優於數學
- (C) 若 $x_1 + x_2 + \cdots + x_{20} = 300$ ， $x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_{20}^2 = 10000$ ，則 $x_1, x_2, \cdots, x_{20}$ 的標準差為 $5\sqrt{11}$
- (D) 若是 x 對 y 的散布圖中點的分布為線對稱圖形，則 x, y 被稱為零相關
- (E) 若將一組數據 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 做線性變換 ($y_i = ax_i + b, i = 1, 2, \cdots, n$ 其中 a, b 為實數)，得到新的一組數據 $y_1, y_2, \cdots, y_n$ ，則新數據的第七百分位數等於原始數據的第七百分位數做線性變換 ($P_{7y} = a \cdot P_{7x} + b$)

三、填充題(一題 6 分，共 48 分)

1. $\frac{1}{2} + \frac{4}{2^2} + \frac{7}{2^3} + \frac{10}{2^4} + \cdots +$ 第 10 項 = _____. (以最簡假分數表示)

2. 數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $a_1 = 1$, $a_{n+1} = a_n + \sqrt{a_n} + \frac{1}{4}$, 求 $a_{19} =$ _____.

3. 有一數列 $\langle 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, \dots, \underbrace{k, k, \dots, k}_{k \text{ 個}}, \dots \rangle$, 求此數列前 21 項的變異數 = _____.

4. 某校進行高一第一次段考，小明在數學與英文兩科的表現如下表所示：

科目	小明成績	全校平均	標準差
英文	85 分	75 分	k 分
數學	71 分	55 分	8 分

已知小明兩科的成績經過標準化後會相同，若導師想將全校數學成績 X 線性調整成 Y ，使得新平均數為 65 分，標準差為 m 分(調整公式為 $Y = ax + b$, $a > 0$)，小明的數學成績經過上述調整後為 85 分，求 $k + m =$ _____.

5. 甲、乙、丙、丁四組數據如下。

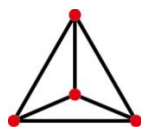
設 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4$ 分別代表甲、乙、丙、丁四組數據的標準差，請比較 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4$ 的大小關係.

甲	170	172	173	173	175	177
乙	1	-1	-2	-2	-4	-6
丙	-2	2	4	4	8	12
丁	-1	1	2	2	4	6

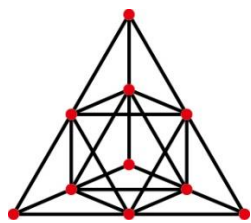
6. 某人向銀行貸款 10 萬元，銀行年利率 12%，按月計息，從次月開始每月月初還款固定金額，若他計畫以半年(6 個月)還清，每月應還款多少元？(四捨五入至整數位) ($1.01^6 \approx 1.0615$)

7. 有一筆數值資料：14, 6, 6, 9, 6, 8, x，若將此七個數字的算術平均數、中位數、眾數依照大小次序排列後，恰好形成一個公差大於 0 的等差數列，求所有可能的 x 值之總和 = _____.

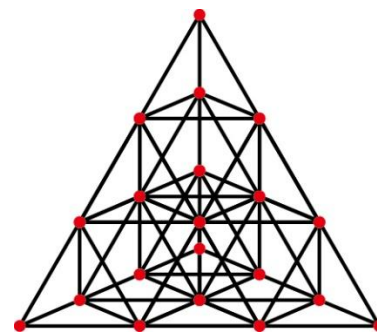
8. 用單位長的不鏽鋼焊條焊接如下圖系列的四面體鐵架，圖(一)有兩層共 6 根焊條，圖(二)有三層共 24 根焊條，圖(三)有四層共 60 根焊條，依此規律，六層的四面體鐵架有 m 根焊條，求 $m =$ _____.



圖(一)



圖(二)



圖(三)

四、計算證明題(一題 10 分，共 20 分)

1. 已知數列 $\langle a_n \rangle$ 之前 n 項和 $S_n = n^2 + n + 1$. 試求：

(1) 數列 $\langle a_n \rangle$ 的一般項. (4 分)

(2) $\frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \frac{1}{a_3 a_4} + \cdots + \frac{1}{a_{23} a_{24}}$ 的值. (6 分)

2. 設數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $a_1 = 2$ 及 $a_{n+1} = a_n^2 - a_n + 1$ ($n \geq 1$).

(1) 試求 a_2, a_3 的值. (2 分)

(2) 令 p_n 表示 a_1 到 a_n 的乘積， $p_n = a_1 a_2 a_3 \cdots a_n$

請利用數學歸納法證明：對於所有的正整數 n ， $a_{n+1} = p_n + 1$ 恆成立. (8 分)

武陵高中 114 學年度第二學期高一數學科第一次期中考答案卷(101-120)

範圍：數列與級數、數據分析

班級：

座號：

姓名：

一、單選題(一題4分，共8分)

1.	2.
----	----

二、多選題(一題 8 分，共 24 分；錯一個選項得 5 分，錯兩個選項得 2 分，錯三個選項以上或未作答得 0 分)

1.	2.	3.
----	----	----

三、填充題(一題 6 分，共 48 分)

1.	2.	3.	4.
5.	6.	7.	8.

四、計算證明題(一題 10 分，共 20 分)

1. 已知數列 $\langle a_n \rangle$ 之前 n 項和 $S_n = n^2 + n + 1$. 試求：

(1) 數列 $\langle a_n \rangle$ 的一般項. (4 分) (2) $\frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \frac{1}{a_3 a_4} + \cdots + \frac{1}{a_{23} a_{24}}$ 的值. (6 分)

2. 設數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $a_1 = 2$ 及 $a_{n+1} = a_n^2 - a_n + 1$ ($n \geq 1$).

(1) 試求 a_2 , a_3 的值. (2 分)

(2) 令 p_n 表示 a_1 到 a_n 的乘積, $p_n = a_1 a_2 a_3 \cdots a_n$,

請利用數學歸納法證明：對於所有的正整數 n , $a_{n+1} = p_n + 1$ 恆成立. (8 分)

