

市立武陵高中 110 學年度第一學期高三數乙第二次期中考試題
316 ~ 318. 320 數乙

一、多重選擇題(每題 8 分，共 16 分，錯一個得 5 分、錯兩個得 2 分，其他不給分)

- 關於函數 $f(x) = x^3 - 6x^2 - 36x + 90$ ，下列選項何者正確？_____
 - (A) $f(x)$ 在區間 $[2, 6]$ 上是遞減函數
 - (B) $f(x)$ 在區間 $[-2, 2]$ 上是遞增函數
 - (C) $f(x)$ 在區間 $(2, \infty)$ 的圖形為凹口向上
 - (D) $f(x)$ 在區間 $(-2, 2)$ 的圖形為凹口向上
 - (E) $f(x)$ 圖形的反曲點為 $(2, 2)$
- 已知某款平板賣出 x 台的利潤函數為 $P(x) = 0.02x^3 + 500x$ (元)，選出正確的選項

 - (A) $P'(x) = 0.06x^2 + 500$
 - (B) $P'(60) = 716$
 - (C) $P(61) - P(60)$ 近似於 716
 - (D) 賣出第 61 台所增加的利潤約為 716 元

二、填充題(60 分，每題 5 分)

1. 已知 $f(x) = x^3 - 2x^2 + 5$ ，求 (a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} =$ _____ (b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f'(x) - f'(2)}{x - 2} =$ _____

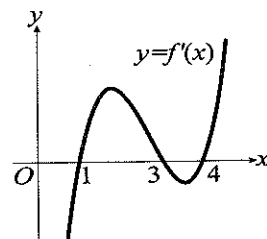
2. 在函數 $f(x) = x^3 - 4x - 1$ 的圖形上，以點 $A(2, -1)$ 為切點的切線方程式為 _____

3. 設 $f(x) = x^3 + kx^2 + 3x + 1$ ，在整條實數線 \mathbb{R} 上為嚴格遞增函數，求 k 的範圍為 _____

4. 設函數 $f(x) = x^4 + 4x^3 + 5$ 有 a 個極值、有 b 個反曲點，求數對 $(a, b) =$ _____

5. 在函數 $f(x) = x^3 - x$ 的圖形上，已知以點 P 為切點的切線斜率為 11，則 P 點的坐標可為 _____ (有兩解)

6. 已知 $f(x)$ 的導函數 $f'(x)$ 為三次多項函數，
且 $y = f'(x)$ 的圖形如右圖所示，
試問函數 $f(x)$ 在那些區間上為嚴格遞增函數

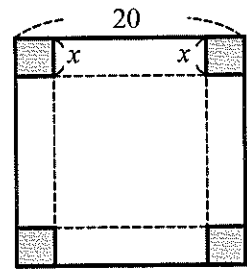


7. 設函數 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 2$ 的極大值為 t 、極小值為 s ，求數對 $(t, s) =$ _____

8. 已知 $P(-1,3)$ 為三次函數 $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ 圖形的反曲點，且以 P 點為切點的切線斜率為 2，求數對 $(a, b, c)=$ _____
9. 已知函數 $f(x)=x^3-6ax^2+7x+b$ 的圖形上所有切線的斜率中，以切點 $P(2, 2)$ 為切點的切線斜率最小，求數對 $(a, b)=$ _____
10. 設函數 $f(x)=-x^3+12x+4$ 在閉區間 $[-3,3]$ 上的最大值為 M 、最小值為 m ，求數對 $(M, m)=$ _____
11. 已知三次函數 $f(x)$ 在 $x=0$ 處有極小值 1，且此函數圖形在點 $(-1,3)$ 與直線 $y=-3x$ 相切，則 $f(x)=$ _____

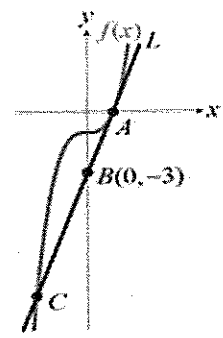
三、計算、繪圖題(共 24 分，每題 8 分)

1. 如右圖，於一邊長 20 公分的正方形硬紙板，從四個角各截去邊長 x 公分的小正方形，以便摺起而成一個無蓋的紙盒，則當紙盒容積最大時， $x =$ _____



2. 描繪函數 $f(x)=-x^3+6x^2-9x+5$ 的圖形，並在圖形上標示出極值與反曲點

3. 如右圖，已知 $B(0,-3)$ 為函數 $f(x)=x^3-1$ 圖形外一點，直線 L 是以 A 為切點的切線且過 B 點，求
- (1) 切點 A 坐標 _____
- (2) 切線 L 的方程式 _____
- (3) 函數 $f(x)$ 的圖形與切線 L 的另一交點 C 坐標 _____



市立武陵高中 110 學年度第一學期高三數乙第二次期中考答案卷

班級：_____ 姓名：_____ 座號：_____

一、多重選擇題(每題 8 分，共 16 分，錯一個得 5 分、錯兩個得 2 分，其他不給分)

1. ACE	2. ABCD
--------	---------

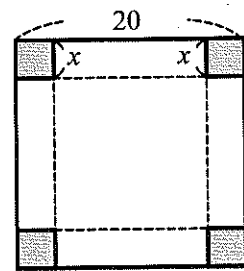
二、填充題(60 分，每題 5 分)

1. (a) 4	1. (b) 8	2. $y = 8x - 17$
3. $-3 \leq k \leq 3$	4. (1, 2)	5. (2, 6) 或 (-2, -6)
6. [1, 3] [4, ∞)	7. (7, -25)	8. (3, 5, 6)
9. (1, 4)	10. (20, -12)	11. $x^3 + 3x^2 + 1$

將小括號也
可以

三、計算、繪圖題(共 24 分，每題 8 分，無計算過程不給分)

1. 如右圖，於一邊長 20 公分的正方形硬紙板，從四個角各截去邊長 x 公分的小正方形，以便摺起而成一個無蓋的紙盒，則當紙盒容積最大時， $x = \frac{10}{3}$



將 x 的範圍也畫出來

$$V = (20 - 2x)^2 \cdot x \quad 0 < x < 10$$

$$= 4x^3 - 80x^2 + 400x$$

$$V' = 12x^2 - 160x + 400$$

$$= 4(x - 10)(x - 10)$$

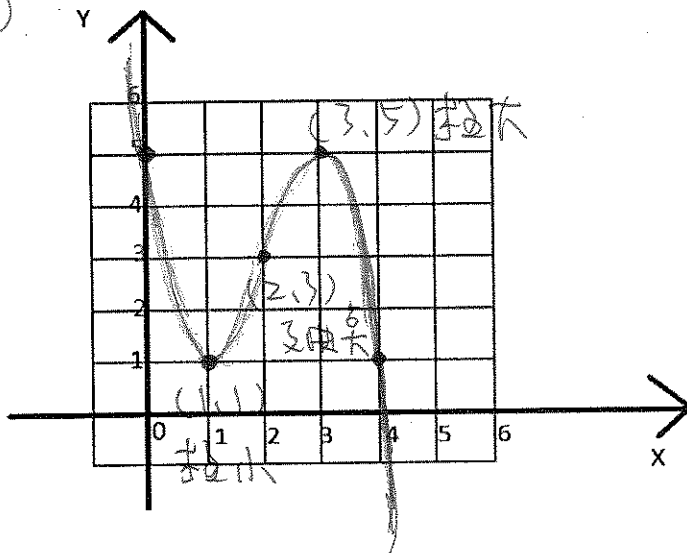
2. 描繪函數 $f(x) = -x^3 + 6x^2 - 9x + 5$ 的圖形，並在圖形上標示出極值與反曲點

$$f' = -3x^2 + 12x - 9$$

$$= -3(x-1)(x-3)$$

$$f'' = -6x + 12$$

$$= -6(x-2)$$



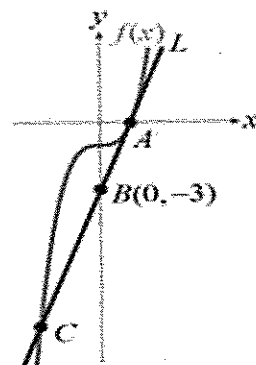
3. 如右圖，已知 $B(0, -3)$ 為函數 $f(x) = x^3 - 1$ 圖形外一點，

直線 L 是以 A 為切點的切線且過 B 點，求

(1) 切點 A 坐標 $(1, 0)$

(2) 切線 L 的方程式 $y = 3x - 3$

(3) 函數 $f(x)$ 的圖形與切線 L 的另一交點 C 坐標 $(-2, -9)$



$$\begin{cases} y = x^3 - 1 \\ y = 3x - 3 \end{cases}$$

$$x^3 - 3x + 2 = 0$$

$$(x-1)^2(x+2) = 0$$

$$x = 1, 1, -2$$