

桃園市立武陵高中 113 學年度第一學期

高三數乙期末考（適用班級：317、318、319、320 數乙班）

一、【多選題】：每題 10 分，2 題共 20 分。（每題至少有 1 個選項是正確的，答錯 1 個選項者，得 6 分；答錯 2 個選項者，得 2 分；答錯多於 2 個選項者，該題以 0 分計算。）

①. () 設 $f(x)$ 為三次多項式函數且函數 $g(x)$ 滿足 $g'(x) = f(x)$ ，請選出正確的選項。

(1). 函數 $g(x)$ 為四次多項式函數。

(2). 函數 $g(x)$ 為 $f(x)$ 的一個反導函數。

(3). $\int f(x)dx = g(x)$ 。

(4). $\int f(x) \cdot g(x)dx = \int f(x)dx \cdot \int g(x)dx$ 。

(5). 若實數 a 滿足 $f(a+1) = f(a-1) = f(a) = k$ ，則 $\int_{a-1}^{a+1} f(x)dx = k$ 。

②. () 下列有關多項式函數 $f(x) = 2x^4 + 4x^3$ 的敘述，請選出正確的選項。

(1). $\int f(x)dx = \frac{1}{2}x^5 + x^4 + C$ ，其中 C 為任意常數。

(2). $f(x) \leq 0$ 在區間 $[-1, 0]$ 上恆成立。

(3). 若 $g(x)$ 是 $f(x)$ 的一個反導函數，則 $g(x)$ 在區間 $[0, 1]$ 上為遞增函數。

(4). $\int_{-1}^1 f(x)dx = \int_{-1}^1 2x^4dx$ 。

(5). $\int_{-1}^1 f(x)dx = 2\int_0^1 2x^4dx$ 。

二、【選填題】：每題 6 分，10 題共 60 分。

1. 定積分 $\int_0^2 (4x^3 + 3x^2 + 1) dx = \underline{\textcircled{3}\textcircled{4}}$ 。

2. 設分段函數 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x \leq 3 \\ 2x + 4 & x > 3 \end{cases}$ ，則定積分 $\int_0^4 f(x) dx = \underline{\textcircled{5}\textcircled{6}}$ 。

3. 定積分 $\int_1^2 \sqrt{4-x^2} dx = \underline{\textcircled{7}.\textcircled{8}\textcircled{9}}$ 。(四捨五入至小數點後第 2 位)

(已知 $\pi \approx 3.1415$ 、 $\sqrt{2} \approx 1.4142$ 、 $\sqrt{3} \approx 1.7321$)

4. 函數 $f(x) = x^2 - 6x + 8$ 在 $x = 0$ 到 $x = 4$ 之間與 x 軸所圍的區域面積為 ⑩。

5. 在某個實驗室中，我們觀察到某種細菌的數量，在前 10 個小時內，從最初的 1000 個細菌，在經過 t 小時後，增加為 $P(t)$ 個細菌。若將此細菌的數量以連續函數 $P(t) = 600t^2 + 50t + 1000$ 作近似 ($0 \leq t \leq 10$)，則此細菌的數量在前 5 個小時內的平均增長速率為 ⑪⑫⑬⑭ (個/小時)。

6. 假設生產「五零帽 T 」之邊際成本函數為 $C'(x) = 200 - 0.4x$ (元/件)， $0 \leq x \leq 1000$ ，其中 x 表示「五零帽 T 」的生產量 (件)，且固定成本為 3000 元 (即 $C(0) = 3000$)。

(1). 從生產 300 件「五零帽 T 」增加到 400 件「五零帽 T 」所增加的平均成本為 ⑮⑯ (元/件)。

Note：「增加的平均成本」即為「增加的總成本」除以「增加的產量」。

(2). 生產 100 件「五零帽 T 」的總成本為 ⑰⑱ 千元。

7. 已知三次函數 $f(x)$ 的導函數為 $f'(x) = 3x^2 - 1$ 且 $f(0) = 1$ ，則 $\int_2^4 f(x) dx =$ ⑲⑳。

8. 已知三次函數 $f(x)$ 在 $x = -1$ 與 $x = 1$ 處分別有極大值 $\frac{7}{3}$ 與極小值 $-\frac{1}{3}$ ，則 $f(3) =$ ㉑㉒。

9. 設函數 $f(x) = -x^2(x-1)(x+1)$ 且函數 $F(t) = \int_{-1}^t f(x) dx$ ，當 $t = \alpha$ 時，函數 $F(t)$ 有最大值 M ，則
- $$\alpha + M = \frac{\textcircled{23}\textcircled{24}}{\textcircled{25}\textcircled{26}} \quad \text{。 (請化簡為最簡分數)}$$

三、【計算題】：每題 10 分，2 題共 20 分。

1. 設函數圖形 $y = x^3$ 與 $y = x^2$ 在第一象限的交點為 $A(a, b)$ ：

(1). 試求 $A(a, b)$ 點坐標。(2 分)

(2). 試求 $y = x^3$ 與 x 軸在區間 $[0, a]$ 上所圍成的區域面積。(4 分)

(3). 試求 $y = x^3$ 與 $y = x^2$ 在區間 $[0, a]$ 上所圍成的區域面積。(4 分)

2. 已知某商品的需求函數為 $D(x) = 320 - 0.5x^2$ ，供給函數為 $S(x) = 5x + 20$ ，其中 x 為商品數量，且此商品的均衡點坐標為 $P(a, b)$ 。

(1). 試求此商品的均衡點坐標 $P(a, b)$ 。(2 分)

(2). 若將定價訂為 b 元，則此時的消費者剩餘為多少？(4 分)

(3). 若將定價訂為 b 元，則此時的生產者剩餘為多少？(4 分)

桃園市立武陵高中 113 學年度第一學期高三數乙期末考

(適用班級：317、318、319、320 數乙班)_答案卷

範圍：積分（翰林版 數乙上 第三章）

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____ 成績：_____

三、【計算題】：每題 10 分，2 題共計 20 分。(須有完整計算過程或說明才能給分)

1. 設函數圖形 $y = x^3$ 與 $y = x^2$ 在第一象限的交點為 $A(a, b)$ ：

2. 已知某商品的需求函數為 $D(x) = 320 - 0.5x^2$ ，供給函數為 $S(x) = 5x + 20$ ，其中 x 為商品數量，且此商品的均衡點坐標為 $P(a, b)$ 。

桃園市立武陵高中 113 學年度第一學期高三數乙期末考

(適用班級：317、318、319、320 數乙班)_解答卷

範圍：積分（翰林版 數乙上 第三章）

一、【多選題】：每題 10 分，2 題共 20 分。（每題至少有 1 個選項是正確的，答錯 1 個選項者，得 6 分；答錯 2 個選項者，得 2 分；答錯多於 2 個選項者，該題以 0 分計算。）

1. 12	2. 2345
-------	---------

二、【選填題】：每題 6 分，10 題共 60 分。

1. 26	2. 23	3. 1.23	4. 8	5. 3050
6. (1). 60	6. (2). 21	7. 56	8. 13	9. $\frac{19}{15}$

三、【計算題】：每題 10 分，2 題共計 20 分。（須有完整計算過程或說明才能給分）

1. 設函數圖形 $y = x^3$ 與 $y = x^2$ 在第一象限的交點為 $A(a, b)$ ：

(1). $A(1, 1)$

(2). 所求 = $\int_0^1 x^3 dx$ (列出、畫出所求區域面積 2 分)

$$= \left(\frac{1}{4} x^4 \right)_0^1 = \frac{1}{4} \quad (\text{計算出正確答案得 2 分})$$

(3). 所求 = $\int_0^1 (x^2 - x^3) dx = \frac{1}{12}$ (同上：列式 2 分、正確 2 分)

2. 已知某商品的需求函數為 $D(x) = 320 - 0.5x^2$ ，供給函數為 $S(x) = 5x + 20$ ，其中 x 為商品數量，

且此商品的均衡點坐標為 $P(a, b)$ 。

(1). 令 $D(x) = S(x)$ 可解得 $x = 20$ ，因此 $P(a, b) = P(20, 120)$ 。

(2). 所求 = $\int_0^{20} D(x) dx - 20 \times 120 = \frac{8000}{3}$ (同上題：列式 2 分、正確 2 分)

(3). 所求 = $20 \times 120 - \int_0^{20} S(x) dx = 1000$ (同上題：列式 2 分、正確 2 分)