

武陵高中 112 學年度第一學期高一數學期末考試題卷

範圍：龍騰版數學 1 單元 8~11

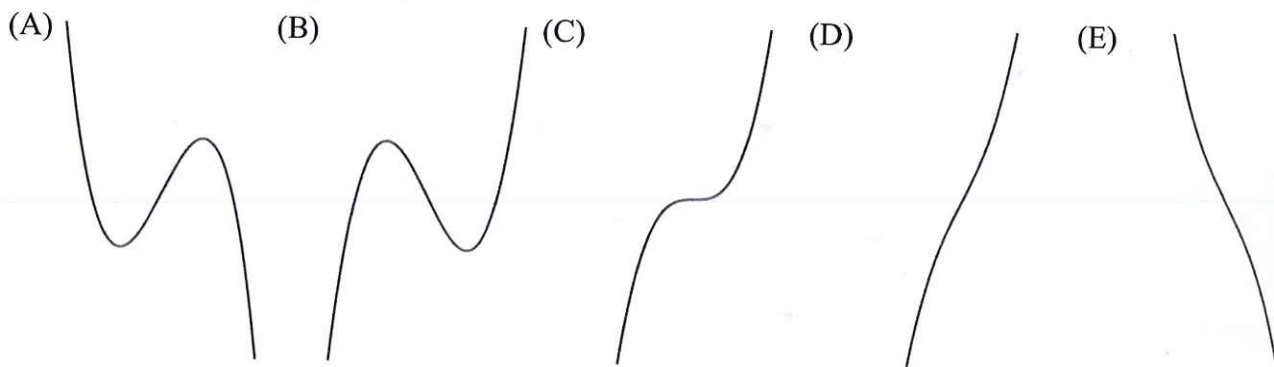
班級：

座號：

姓名：

一、多選題 (每題 10 分，錯一個選項得 6 分，錯二個選項得 2 分，錯三個以上選項或未作答得 0 分)

1. 設 a, b, c 為實數且 $a \neq 0$ ，已知 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 的頂點為 $(1, -2)$ ，則下列哪些選項可能是 $y = (x-1) \cdot (ax^2 + bx + c)$ 的圖形？



2. 設實係數多項式 $f(x)$ 除以 $(x-1)^2(x-2)$ 的商式為 $q_1(x)$ 、餘式為 $r_1(x)$ ； $f(x)$ 除以 $(x-1)(x-2)$ 的商式為 $q_2(x)$ 、餘式為 $r_2(x)$ 。已知 $\deg f(x) \geq 4$ ， $\deg r_1(x) = 1$ ，請選出正確的選項。

- (A) $r_1(2) = r_2(2)$ 。
 (B) $r_1(x) = r_2(x)$ 。
 (C) $q_2(1) = 0$ 。
 (D) $f(x)$ 除以 $(x-2)$ 的餘式為 $r_2(2)$ 。
 (E) $f(x)$ 除以 $(x-1)^2$ 的餘式為 $r_1(1)$ 。

3. $f(x) = (x+1)^3 - 3(x+1)^2 + 2$ ，其中實數 $a \neq 0$ ，請選出正確的選項。

- (A) $y = f(x)$ 圖形的廣域特徵近似於 $y = x^3$ 的圖形。
 (B) $y = f(x)$ 圖形在 $x = -1$ 附近的局部特徵近似於直線 $y = 2$ 。
 (C) $y = f(x)$ 圖形的對稱中心為 $(-1, 2)$ 。
 (D) 對任意實數 x ， $f(-x) = -f(x)$ 恆成立。
 (E) 對任意實數 $x < 0$ ， $f(x) \leq 2$ 恆成立。

二、填充題 (每格 6 分，共 60 分)

1. 在坐標平面上，若點 $P(x+5, x-3)$ 為第二象限或第四象限的點，則 x 的範圍為_____。
2. 設 $f(x)$ 為高於三次的多項式，且 $f(x)$ 除以 x^3+1 的餘式為 x^2-1 ，則 $f(x)$ 除以 x^2-x+1 的餘式為_____。
3. 設函數 $f(x) = -x^3 + ax^2 + bx - 8$ ，若 $f(x)$ 僅在區間 $[-4, 8]$ 為遞增，試求 $a =$ _____。
4. 已知實係數三次多項式 $y = f(x)$ 的圖形與 x 軸恰交於 $(-1, 0)$ 、 $(1, 0)$ 、 $(6, 0)$ 三點，且 $y = f(x)$ 在 $x = 0$ 附近的局部特徵近似於一條斜率為正的直線，試求 $f(x) \leq 0$ 的解為_____。
5. 伍林旅行社欲推出桃園之美一日遊行程，20 人可成團每人收費 4000 元，但每增加 1 人參加，每人的收費就再優惠 100 元，因遊覽車上限 43 人故最多可增加 23 人。已知旅行社的成本有一台遊覽車的出租費用 9500 元，以及每一位遊客的用餐費皆為 1000 元，則當有 a 人參加時，旅行社會有最大利潤 b 元，試求數對 $(a, b) =$ _____。(註：利潤 = 收入 - 成本)

6. 設一次函數 $f(x)$ 滿足 $f(3) - f(2 - \sqrt{3}) = 5$ ，試求 $f(5 + \sqrt{3}) - f(1 - \sqrt{3}) =$ _____。
7. 求 $16(0.505)^4 - 12(0.505)^2 + 8(0.505) - 1 =$ _____。(四捨五入至小數點後第四位)
8. 設三次函數 $y = f(x) = 2(x - 2024)^3 + 12(x - 2024)^2 + 26(x - 2024) + 28$ ，試求 $y = f(x)$ 的對稱中心坐標為_____。
9. 設 a, b, c 為實數且 $a \neq 0$ ，已知 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解為 $1 < x < 2$ ，試求 $a(x^2 - 1)^2 + b(x^2 - 1) + c \leq 0$ 的解為_____。
10. 設 m 為實數，若 $y = f(x) = (m^2 - 1)x^2$ 的圖形恆在 $y = g(x) = m(x - \frac{1}{4})$ 的圖形下方，試求實數 m 的範圍為_____。

三、混合題 (共 10 分，第 1 及第 3 小題若未寫出完整過程不予給分)

1. 將 $y = x^3 + 9x^2 + 29x + 37$ 的圖形向右移 4 單位，再向下移 3 單位，得到三次函數 $y = f(x)$ 的圖形。
- (1) 將 $f(x)$ 以 $a(x-h)^3 + p(x-h) + k$ 的形式表示。(3 分)
 - (2) 若 $P(\alpha, \beta)$ 為 $y = f(x)$ 的圖形上一點，則下列哪一點也必在 $y = f(x)$ 的圖形上。(2 分，單選題)
(A) $(2+\alpha, 2+\beta)$ (B) $(1+\alpha, 1+\beta)$ (C) $(-\alpha, -\beta)$ (D) $(1-\alpha, 1-\beta)$ (E) $(2-\alpha, 2-\beta)$
 - (3) 若 $y = f(x)$ 在 $x = 2$ 附近的局部特徵近似於直線 $y = g(x)$ ，求不等式 $f(x) > g(x)$ 的解。(5 分)

武陵高中 112 學年度第一學期高一數學期末考試題卷

範圍：龍騰版數學 1 單元 8~11

班級：

座號：

姓名：

一、多選題 (每題 10/6/2/0 分，共 30 分)

1.	2.	3.
BE	ABCD	ABDE

二、填充題 (每格 6 分，共 60 分)

1.	2.	3.	4.
$-5 < x < 3$	$x - 2$	6	$-1 \leq x \leq 1$ 或 $x \geq 6$
5.	6.	7.	8.
(25, 53000)	$5 + 5\sqrt{3}$	1.0203	(2022, 8)
9.		10.	
$x \leq -\sqrt{3}$ 或 $-\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}$ 或 $x \geq \sqrt{3}$		$\frac{1-\sqrt{5}}{2} < m < 0$	

三、混合題 (共 10 分，第 1 及第 3 小題若未寫出完整過程不予給分)

1.(1)

 $y = x^3 + 9x^2 + 29x + 37$ 對稱中心的 x 坐標為 -3 ，利用連續綜合除法表示為 $x + 3$ 的多項式為 $y = (x + 3)^3 + 2(x + 3) + 4$ ，向右移 4 單位，再向下移 3 單位後得 $y = f(x) = (x - 1)^3 + 2(x - 1) + 1$ 。(3 分)

1.(2) E (2 分)

1.(3)

展開後得 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5x - 2$ 再利用連續綜合除法表示為 $x - 2$ 的多項式得 $f(x) = (x - 2)^3 + 3(x - 2)^2 + 5(x - 2) + 4$ 故 $g(x) = 5(x - 2) + 4$ 。(2 分) $f(x) > g(x)$ $\Rightarrow (x - 2)^3 + 3(x - 2)^2 + 5(x - 2) + 4 > 5(x - 2) + 4$ $\Rightarrow (x - 2)^3 + 3(x - 2)^2 > 0$ $\Rightarrow (x - 2)^2(x + 1) > 0$ (2 分) $\Rightarrow -1 < x < 2$ 或 $x > 2$ (1 分)