

市立武陵高中 106 學年度第二學期高二自然組數學第一次期考試題卷

一、計算題：(要有計算過程，每題 8 分，共 16 分。)

1. 設 x 、 y 、 z 皆為實數且 $2x - y + 2z = 11$ ，求 $x^2 + y^2 + z^2 - 2x$ 之最小值與此時之數組 (x, y, z) 。
2. 試就 k 的值，討論直線 $L: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+4}{4}$ 與平面 $E: 3x - 2y + kz = 1$ 的相交情形。(若恰有一個交點，請寫出其坐標。)

二、填充題：(每格 6 分，共 60 分)

1. 設三向量 $\vec{a} = (1, -1, 3)$ ， $\vec{b} = (4, -1, 4)$ ， $\vec{c} = (2, 1, 0)$ ，則：

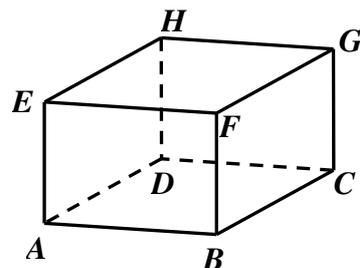
(1) $\left| 2\vec{a} - \vec{b} \right|$ 為_____。 (2) 外積 $\vec{b} \times \vec{c}$ 為_____。

(3) 三向量 \vec{a} ， \vec{b} ， \vec{c} 所張開的平行六面體的體積為_____。

2. 向量 $\vec{a} = (-1, 2, -2)$ 在向量 $\vec{b} = (0, 1, -1)$ 上之正射影為_____。

3. 已知 $\begin{vmatrix} a & b & c \\ x & y & z \\ m & n & p \end{vmatrix} = 3$ ，求 $\begin{vmatrix} b & 3a+b & a-4c \\ y & 3x+y & x-4z \\ n & 3m+n & m-4p \end{vmatrix}$ 之值=_____。

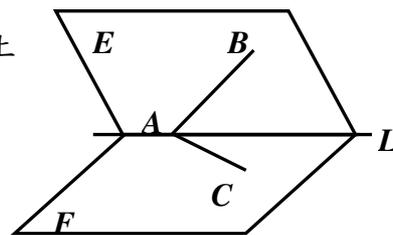
4. 在空間中，有一個長方體 $ABCD - EFGH$ ，如圖。它的面 $EFGH$ 所在的平面方程式為 $x + y + z = 2$ ，面 $GHDC$ 所在的平面方程式為 $3x - 2y - z = 3$ ，且 A 點坐標為 $(0, 0, 0)$ 。
則面 $ADHE$ 所在的平面方程式為_____。



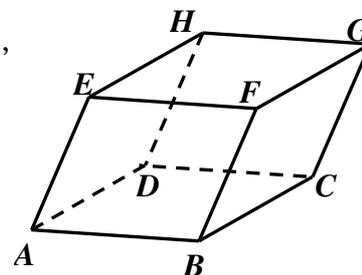
5. 在空間中，設平面 E 通過點 $A(2, 0, 0)$ 、 $B(0, \sqrt{2}, 0)$ ，且平面 E 與 xy 平面的夾角為 60° 。
求 E 與 z 軸的交點坐標_____。(有兩解)

6. 設坐標空間中兩點 $A(2, 5, -4)$ 、 $B(2, -1, 2)$ 與平面 $E: x+y+z-6=0$ 上一動點 P 。
當 $\overline{PA} + \overline{PB}$ 的值為最小時，點 P 的坐標為_____。

7. 如圖，設兩平面 E 與 F 的二面角大小是 30° ， A 為其交線 L 上一點，又平面 E 上線段 \overline{AB} 的長為 4， \overline{AB} 與 L 的夾角是 60° ，則 \overline{AB} 在平面 F 上之正射影 \overline{AC} 的長為_____。



8. 已知平行六面體 $ABCD-EFGH$ ，如圖。若 $\overline{AB}=4$ ， $\overline{AD}=3$ ， $\overline{AE}=5$ ， $\angle BAD=90^\circ$ ， $\angle BAE=\angle DAE=60^\circ$ ，則 \overline{AG} 的長為_____。



三、多選題：(每題 9 分，共 18 分。答錯一個選項得 6 分，錯兩個得 2 分，錯三個以上 0 分)

1. 若一平面 E 與 x, y, z 三軸之正向依次交於 A, B, C 三點，若 $\triangle OAB, \triangle OBC, \triangle OCA$ 之面積依次為 $\frac{3}{2}, 1, 3$ ， O 為原點。請選出正確選項？ (1) 平面 E 的方程式為 $2x+6y+3z-6=0$
(2) $\triangle ABC$ 的面積為 7 (3) 四面體 $O-ABC$ 的體積為 1 (4) 原點 O 到平面 E 的距離為 $\frac{3}{7}$ (5) 平面 E 與 xy 平面的銳夾角餘弦值為 $\frac{3}{7}$

2. 空間中一直線 $L: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{3}$ ，下列的各方程式中，那些圖形也為同一直線 L ？

(1) $\frac{x-2}{2} = \frac{y-4}{4} = \frac{z-6}{6}$ (2) $\begin{cases} x=t \\ y=2t, t \text{ 為實數} \\ z=3t \end{cases}$ (3) $x+y-z=0$
(4) $\begin{cases} 2x-y=0 \\ 3y-2z=0 \end{cases}$ (5) $(x+y-z)^2 + (4x+y-2z)^2 = 0$

四、單選題：(本題 6 分，答錯不倒扣)

1. 已知兩平面 $E_1: \frac{x-5}{1} = \frac{y+4}{2}$ 與 $E_2: \frac{y+4}{2} = \frac{z-7}{3}$ 交於一直線；若平面 F 分別與 E_1 交於直線 L_1 ，與 E_2 交於直線 L_2 ，而且 L_1 與 L_2 的夾角為 θ 。請問下列哪個選項的平面 F 所得的夾角 θ 恰為 E_1, E_2 所夾的二面角大小： (1) $F: x=5$ (2) $F: 2x-y+2z=28$
(3) $F: x+2y+3z=0$ (4) $F: \frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$ (5) $F: 5x-4y+7z=90$

市立武陵高中 106 學年度高二第二學期自然組數學第一次期考答案卷

座號：_____姓名：_____

一、計算題：(每題 8 分，共 16 分)

1.

$$\min=8, (x,y,z)=(3,-1,2)$$

2.

(1) $k=0$ 時，直線 L 落在平面 E 上。

(2) $k \neq 0$ 時，直線 L 與平面 E 交於一點 $(3,4,0)$ 。

二、填充題：(每格 6 分，共 60 分)

1.(1)	3	1.(2)	$(-4,8,6)$	1.(3)	6
2.	$(0,2,-2)$	3.	36	4.	$x+4y-5z=0$
5.	$(0,0,\pm 2)$	6.	$(3,3,0)$	7.	$\sqrt{13}$
8.	$\sqrt{85}$				

三、多選題：(每題 9 分，共 18 分。9 或 6 或 2 或 0 分)

1.	(1)(3)(5)	2.	(1)(2)(4)(5)
----	-----------	----	--------------

四、單選題：(每題 6 分，共 6 分)

1.	(3)
----	-----