

一、多選題：(共 24 分；每題全對得 8 分，錯一個得 5 分，錯兩個得 2 分，錯三個以上得 0 分)

1. 設  $A, B, C$  均為  $n$  階方陣( $n \geq 2$ )，下列敘述何者正確？

- (A) 若  $AB=AC$  且  $A \neq O$  則  $B=C$   
 (B) 若  $A, B, C$  均為轉移矩陣，則  $\frac{2}{5}A^2 + \frac{1}{5}BC + \frac{2}{5}B^3$  亦為轉移矩陣  
 (C) 若  $A^{-1}, B^{-1}$  皆存在，則  $A^{-1}B^{-1}=(AB)^{-1}$   
 (D)  $\forall a \in R, \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ a^2+3 & a+2 \end{bmatrix}$  必有乘法反矩陣  
 (E)  $A = \begin{bmatrix} \sin 60^\circ & \cos 60^\circ \\ -\cos 60^\circ & \sin 60^\circ \end{bmatrix}$ ，則  $A^{78} = -I$

2. 袋中有 2 顆紅球、3 顆白球與 1 顆藍球，其大小皆相同。今將袋中的球逐次取出，每次隨機取出一顆，取後不放回，直到所有球被取出為止。試選出正確的選項。

- (A) 「取出的第一顆為紅球」的機率大於「取出的第二顆為紅球」的機率  
 (B) 「取出的第一顆為紅球」與「取出的第二顆為紅球」兩者為獨立事件  
 (C) 「取出的第一顆為藍球」與「取出的第二顆為藍球」兩者為互斥事件  
 (D) 「取出的第一、二顆皆為紅球」的機率等於「取出的第一、二顆皆為白球」的機率  
 (E) 「取出的前三顆皆為白球」的機率小於「取出的前三顆球顏色皆相異」的機率

3. 若  $P(A), P(B), P(C)$  皆不等於 0，下列敘述何者正確？

- (A) 若  $A, B$  為互斥事件，則  $A, B$  必為獨立事件  
 (B) 若  $A, B, C$  為獨立事件，則  $P(A|B \cap C) = P(A|B)$   
 (C) 若  $A, B$  為獨立事件， $B, C$  為獨立事件，則  $A, C$  也是獨立事件  
 (D) 若  $A, B$  為獨立事件， $B, C$  為獨立事件， $C, A$  為獨立事件，則  $A, B, C$  三事件獨立  
 (E)  $P(A'|B) = P(B) - P(A|B)$

二、填充題：(56 分)

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9
給分	8	16	24	30	36	42	48	52	56

1. 設  $A, B$  為兩事件，且  $P(A) = \frac{2}{3}$ ， $P(B) = \frac{2}{5}$ ， $p = P(A \cap B)$  求

若  $A, B$  為獨立事件，則  $P(A \cup B') =$  \_\_\_\_\_。

2. 設  $A = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 1 & -7 \end{bmatrix}$ ，

(1) 若  $A^{-1} = xA + yI_2$ ，則  $(x, y) =$  \_\_\_\_\_。

(2)  $A^4 + 3A^3 - 23A^2 + 6A =$  \_\_\_\_\_

3. 先將直線  $L$  右移 1 單位和上移 1 單位後，再經過矩陣  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$  的線性變換後得直線

$L': 2x - 3y = 6$ ，則  $L$  的方程式為 \_\_\_\_\_。

4. 直線  $L: x - y = 1$  經過對稱矩陣  $M$  的線性變換後可得直線  $L': 7x + y = a$ ，求  $M =$  \_\_\_\_\_

5. 公司舉辦尾牙抽獎活動，員工依排隊順序抽獎，輪到抽獎的人有一次抽獎的機會，抽獎的方式是丟擲一枚均勻的骰子，出現 1 或 2 為中獎，其餘點數沒有中獎。獎品只有 3 份，活動直到 3 份獎品都被抽中為止。試問：排在第四位的員工可以抽獎的情況之下，第五位員工仍然可以抽獎的機率為 \_\_\_\_\_。

6. 三整數  $a, b, c$  為偶數的機率皆為  $\frac{1}{4}$ ，且彼此互不影響，

若已知  $abc$  為偶數，則  $ab + c$  為奇數的機率為\_\_\_\_\_。

7. 甲、乙兩人羽球的實力相當，今兩人約定要打 7 場比賽(沒有和局)，約定一方先贏得 4 場比賽可提前結束，若前三場比賽，甲獲得 2 勝 1 敗，且最後比賽提前結束，則是甲獲勝的機率為\_\_\_\_\_。

8. 坐標平面中滿足  $(2x-3y)^2 + (x+2y)^2 \leq 4$  的面積為\_\_\_\_\_。

### 三、混合題(20 分)

#### 1. **從數學解讀新聞**

2020 年初，世界各地爆發了傳染病「新冠肺炎 (COVID-19)」，其可能致死以及對感染者會產生無法回復的後遺症，因而造成人民恐慌，各國相繼研發新冠肺炎的快篩檢測試劑，希望能快速正確檢驗疑似帶原者體內是否真的存在病毒。

目前生產的快篩檢驗試劑，其檢測的準確率有其極限，仍有「偽陽性」與「偽陰性」的可能，若檢測正確率不高，會造成大規模的「無感染者誤判確診、已感染者被錯放」的嚴重後果。在醫檢學上，常以「敏感性」與「特異性」來衡量檢測的準確度，敏感性是帶原者中採檢陽性的比例，也可稱為「真陽性」的比例；特異性是非帶原者中採檢陰性的比例，一般簡稱為「真陰性」的比例。受試者是否為帶原者與接受試劑檢測後的採檢結果關係如下表：

		受試者	
		帶原	非帶原
採檢結果	陽性	真陽性	偽陽性
	陰性	偽陰性	真陰性

- (1) 現有一新的快篩試劑，檢驗帶原者時，有 90 % 的機率呈現陽性，檢驗非帶原者時，20% 的機率呈現陽性，若國民約有 1/10000 比例的人為帶原者，對全體國民進行普篩，則檢測結果為陽性的人口中確實為帶原者的比例為下列何選項？（4 分）
- (A) 低於 0.05%    (B) 介於 5 % 與 18% 之間    (C) 介於 18 % 與 33 % 之間  
(D) 高於 99.95%。
- (2) 承(1)，目前台灣約有 10 % 比例的人為帶原者若阿凱二次快篩結果皆為陰性，則阿凱為帶原者的機率為多少？（6 分）（以最簡分數表達）

2. 兩大影音串流平台 NFX 與 DN<sup>+</sup> 目前市佔率分別為 30% 與 20%，尚有 50% 未訂閱任一平台：若每月 NFX 的訂閱者有 50% 續訂 NFX，40% 會改訂 DN<sup>+</sup>，10% 完全退訂；DN<sup>+</sup> 的訂閱者有 50% 續訂 DN<sup>+</sup>，30% 會改訂 NFX，20% 完全退訂；未訂閱的有 20% 加訂 NFX，20% 會加訂 DN<sup>+</sup>，60% 仍然不訂閱；若無其他變因，則

- (1) 兩個月後 NFX 與 DN<sup>+</sup> 的市佔率分別  $a%$  與  $b%$ ，求  $(a,b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。（6 分）
- (2) 長期下來未訂閱的比例為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。（以最簡分數表示）（4 分）

一、多選題：（共 24 分；每題全對得 8 分，錯一個得 5 分，錯兩個得 2 分，錯三個以上得 0 分）

1.	2.	3.
----	----	----

二、填充題：(56 分)

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9
給分	8	16	24	30	36	42	48	52	56

1.	2.(1)	2.(2)	3.	4.
5.	6.	7.	8.	

三、混合題(20 分)

1.	2.
----	----

一、多選題：(共 24 分；每題全對得 8 分，錯一個得 5 分，錯兩個得 2 分，錯三個以上得 0 分)

1. BDE	2. CE	3. B
--------	-------	------

二、填充題：(56 分)

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9
給分	8	16	24	30	36	42	48	52	56

1. $\frac{13}{15}$	2.(1) $\left(\frac{1}{16}, \frac{1}{4}\right)$	2.(2) $\begin{bmatrix} -42 & -10 \\ 2 & -62 \end{bmatrix}$	3. $7x+8y= -21$	4. $\pm \begin{bmatrix} -4 & 3 \\ 5 & 5 \\ 3 & 4 \\ 5 & 5 \end{bmatrix}$
5. $\frac{12}{13}$	6. $\frac{30}{37}$	7. $\frac{4}{5}$	8. $\frac{4\pi}{7}$	

三、混合題(20 分)

<p>1.</p> <p>(1) A (4 分)</p> <p>(2) <math>\frac{1}{577}</math> (6 分)</p>	<p>2.</p> <p>(1) <math>\begin{bmatrix} \frac{1}{2} &amp; \frac{3}{10} &amp; \frac{1}{5} \\ \frac{2}{5} &amp; \frac{1}{2} &amp; \frac{1}{5} \\ \frac{1}{10} &amp; \frac{1}{5} &amp; \frac{3}{5} \end{bmatrix}</math> (3 分)</p> <p>(32.5,35.8) (3 分)</p> <p>(2) <math>\frac{13}{47}</math> (4 分)</p>
--	--