

(301-302, 304-315)

國立武陵高級中學 106 學年度第一學期高三數學科自然組期末考試題

一、計算題(共 12+10=22 分，無計算過程不予計分)

1. 若函數  $f(x) = \sin 2x - \sqrt{3} \cos 2x = A \sin(2x - \alpha) = B \cos(2x + \beta)$ ,

其中  $A, B > 0, 0 \leq \alpha, \beta < 2\pi$ ,

則(1) 數對  $(A, \alpha) =$  \_\_\_\_\_, 數對  $(B, \beta) =$  \_\_\_\_\_

(2) 若  $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi$ , 則  $f(x)$  在  $x =$  \_\_\_\_\_ 時, 有最大值 \_\_\_\_\_

(每格各 3 分, 共 12 分)

2. (1) 解方程式  $x^6 + 64 = 0$

(以極式表示之, 4 分)

(2) 將(1)的六個複數根所對應的點標示在複數平面上 (3 分)

(3) 此六個根中有四個不是純虛數, 以這四個根為頂點的四邊形面積為 \_\_\_\_\_ (3 分)

二、多重選擇題(每題 6 分, 共 12 分, 錯一個給 3 分、錯兩個以上不給分)

1. 複數平面上原點  $O$ , 點  $A(z_1)$ 、 $B(z_2)$ , 已知  $|z_1| = 3$ 、 $|z_2| = 4$ 、 $\text{Arg}\left(\frac{z_2}{z_1}\right) = \frac{\pi}{3}$ ,

則下列敘述何者正確? \_\_\_\_\_ (A)  $|z_1 - z_2| = \sqrt{13}$  (B)  $|z_1 + z_2| = \sqrt{37}$

(C)  $z_1 = z_2\left(\frac{2}{3} + \frac{2\sqrt{3}}{3}i\right)$  (D)  $\Delta OAB$  面積為  $3\sqrt{3}$

2. 將  $z^4 = 3 - 4i$  的四個根依逆時針方向依序對應到複數平面上的點:  $A(z_1)$ 、 $B(z_2)$

、 $C(z_3)$ 、 $D(z_4)$ , 則下列敘述何者正確? \_\_\_\_\_ (A) 若複數  $z$  為其根,

則  $\bar{z}$  也是此方程式的一根 (B) 若複數  $z$  為其根, 則  $-z$  也是此方程式的一根

(C)  $z_1 + z_2 + z_3 + z_4 = 0$  (D)  $|z_1 - z_2| = |z_2 - z_3|$

三、填充題(每題 6 分, 共 66 分)

1.  $x$  為實數, 若  $f(x) = 16\cos^3 x - 16\sin^3 x - 12\cos x + 12\sin x$ , 求  $f(x)$  的範圍為 \_\_\_\_\_

2. 求下列各式的值(請以  $a + bi, a, b \in R$  作答)

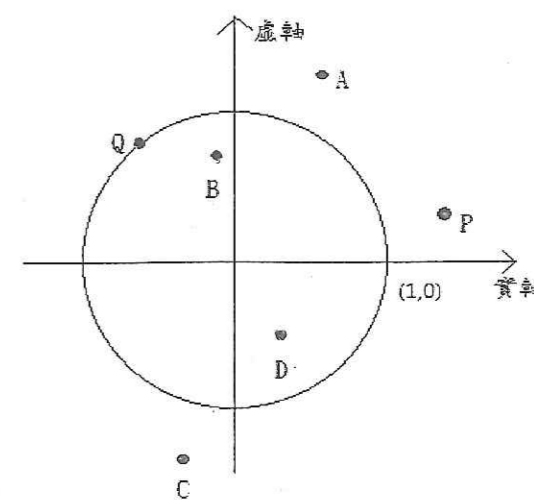
(1)  $\frac{1}{(-\sqrt{3}-i)^4} =$  \_\_\_\_\_

(2)  $\frac{(2\cos 140^\circ + 2i\sin 760^\circ)(6\cos 335^\circ - 6i\sin 155^\circ)}{(-3\sin 215^\circ + 3i\cos 35^\circ)} =$  \_\_\_\_\_

3. 如右圖所示,  $z_1, z_2$  在複數平面上所對應的點分別為單位圓外的  $P$ , 以及單位圓上的  $Q$  兩點, 試問  $z_1 - z_2, z_1 \cdot \bar{z}_2, \frac{z_2}{z_1}, \frac{1}{z_1^2}$

依序所對應的點在複數平面上

為 \_\_\_\_\_



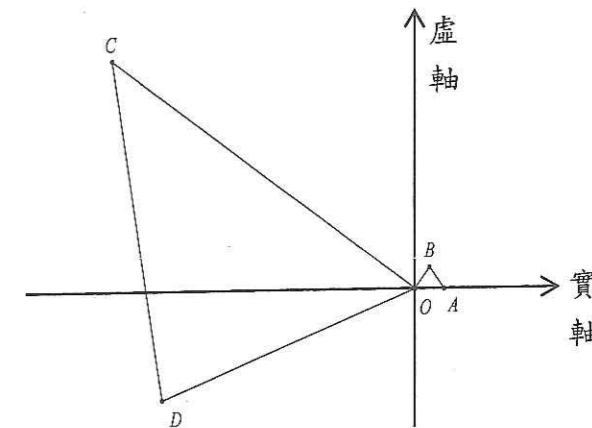
4. 設  $0 \leq x < 2\pi$ , 若方程式  $\sin x - \sqrt{3} \cos x + 1 = 0$  的兩根為  $\alpha, \beta$ , 則  $\alpha + \beta =$  \_\_\_\_\_

5. 如右圖, 在複數平面上, 設  $O$  為原點,  $A, B, C$  所對應的複數分別為  $1, \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{3}i$

,  $-6\sqrt{3} + 6i$ , 若  $\Delta OAB$  相似於  $\Delta OCD$

( $\Delta OAB \sim \Delta OCD$ ), 則  $D$  所對應的複數

為 \_\_\_\_\_



6. 方程式  $z^5 = 1$  的五個根在複數平面上依序對應到 ABCDE 五點, 求  $\overline{AB} \times \overline{AC} \times \overline{AD} \times \overline{AE} =$  \_\_\_\_\_

7. 當  $x = \alpha$  時,  $f(x) = 2\cos x - 3\sin x$  有最大值, 則  $\tan \alpha =$  \_\_\_\_\_

8. 已知  $P$  為橢圓  $\Gamma: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$  上一點, 求能使得到直線  $L: x - 2y + 8 = 0$  距離最小的  $P$  點座標 \_\_\_\_\_

9.  $n$  為小於 100 的正整數, 且  $\left(\frac{\sqrt{3}-i}{1+i}\right)^n$  為一實數, 則滿足上列條件的所有  $n$  之總和為 \_\_\_\_\_

10. 求  $\cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{8\pi}{7} =$  \_\_\_\_\_

國立武陵高級中學 106 學年度第一學期高三數學科自然組期末答案卷

班級：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_ 座號：\_\_\_\_\_

一計算題(共 12+10=22 分，無計算過程不予計分)

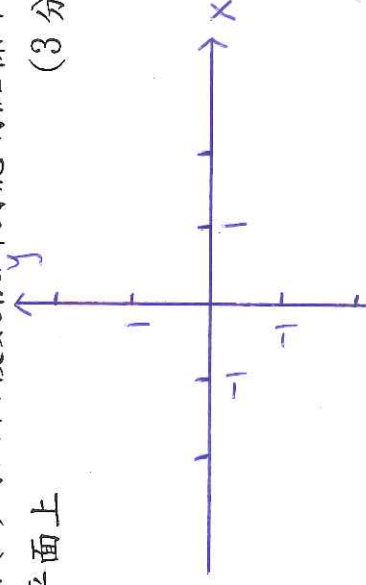
1、若函數  $f(x) = \sin 2x - \sqrt{3} \cos 2x = A \sin(2x - \alpha) = B \cos(2x + \beta)$ ，其中  $A, B > 0, 0 \leq \alpha, \beta < 2\pi$ ，

則(1) 數對  $(A, \alpha) =$  \_\_\_\_\_、 數對  $(B, \beta) =$  \_\_\_\_\_

(2) 若  $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi$ ，則  $f(x)$  在  $x =$  \_\_\_\_\_ 時，有最大值 \_\_\_\_\_ (每格各 3 分、共 12 分)

2. (1) 解方程式  $x^6 + 64 = 0$

(2) 將(1)的六個複數根所對應的點標示在  
(以極式表示之，4 分) 複數平面上 (3 分)



(3) 此六個根中有四個不是純虛數，以這四個根為頂點的四邊形面積為 \_\_\_\_\_ (3 分)

二、多重選擇題(每題 6 分，共 12 分，錯一個給 3 分、錯兩個以上不給分)

1.	2.
----	----

三、填充題(每題 6 分，共 66 分)

1.	2.(1)	2.(2)
3.	4.	5.
6.	7.	8.
9.	10.	

國立武陵高級中學 106 學年度第一學期高三數學科自然組期末答案卷

班級：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_ 座號：\_\_\_\_\_

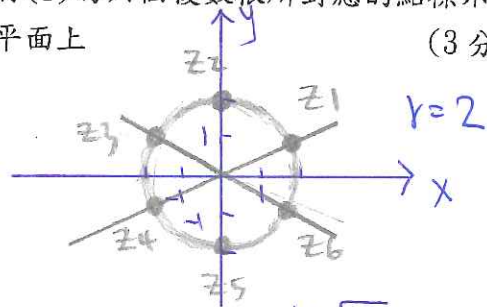
一、計算題(共 12+10=22 分，無計算過程不予計分)

- 1、若函數  $f(x) = \sin 2x - \sqrt{3} \cos 2x = A \sin(2x - \alpha) = B \cos(2x + \beta)$ ，其中  $A, B > 0$ ， $0 \leq \alpha, \beta < 2\pi$ ，  
 則(1) 數對  $(A, \alpha) = (2, \frac{\pi}{3})$ 、數對  $(B, \beta) = (2, \frac{7\pi}{6})$   
 (2) 若  $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi$ ，則  $f(x)$  在  $x = \frac{\pi}{2}$  時，有最大值  $\sqrt{3}$  (每格各 3 分、共 12 分)

2. (1) 解方程式  $x^6 + 64 = 0$  (以極式表示之，4 分) (2) 將(1)的六個複數根所對應的點標示在複數平面上 (3 分)

$$z = \left( \omega \left| \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \right. + i \sin \left( \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \right) \right)$$

$$k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$$



- (3) 此六個根中有四個不是純虛數，以這四個根為頂點的四邊形面積為  $4\sqrt{3}$  (3 分)

二、多重選擇題(每題 6 分，共 12 分，錯一個給 3 分、錯兩個以上不給分)

1. $A B D$	2. $B C D$
------------	------------

三、填充題(每題 6 分，共 66 分)

1. $-4\sqrt{2} \leq f(x) \leq 4\sqrt{2}$	2. (1) $\frac{-1 - \sqrt{3}i}{32}$	2. (2) $2 + 2\sqrt{3}i$
3. $E C B D$	4. $\frac{5\pi}{3}$	5. $-5\sqrt{3} - 3i$
6. $5$	7. $-\frac{3}{2}$	8. $(\frac{-9}{5}, \frac{8}{5})$
9. $432$	10. $-\frac{1}{2}$	