

桃園市立武陵高中 111 學年度第二學期高一數學科第一次期中考

(101 班至 120 班)_題目卷

範圍：數列與級數、數據分析

一、多選題：每題 8 分，3 題共計 24 分。(每題至少有 1 個選項是正確的，答錯 1 個選項者，得 5 分；答錯 2 個選項者，得 2 分；答錯多於 2 個選項者，該題以 0 分計算。)

- () 設數列 $\langle a_n \rangle$ 的首項 $a_1 = 100$ ，請選出正確的選項。
 - 若 $\langle a_n \rangle$ 為等差數列且 $a_{112} > 10$ ，則 $a_{2023} > 10$ 。
 - 若 $\langle a_n \rangle$ 為等差數列且 $a_{112} < 10$ ，則 $a_{2023} < 10$ 。
 - 若 $\langle a_n \rangle$ 為等比數列且 $a_{2023} > 0$ ，則 $a_{112} > 0$ 。
 - 若 $\langle a_n \rangle$ 為等比數列且 $a_{112} < 0$ ，則 $a_{2023} < 0$ 。
 - 若 $\langle a_n \rangle$ 為等比數列，則 $a_{400} \div a_{300} = (a_{40} \div a_{30})^{10}$ 。
- () 設有一組成等差的數據 $X: 1, 4, 7, \dots, 298$ ，請選出正確的選項。
 - 數據 X 的第 25 百分位數為 76。
 - 數據 X 的中位數大於或等於算術平均數。
 - 若將數據 X 的每筆數據都開根號，將使整體數據的標準差變小。
 - 若新增一筆數據，其值恰為數據 X 的算術平均數，將使整體數據的標準差變大。
 - 若刪除數據 X 中的第一筆數據，將使整體數據的標準差變小。
- () 設數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足「 $a_1 = 2$ 且對任意正整數 n ， $a_{n+2} = 2a_n - a_{n+1}$ 恆成立」，當 a_2 為下列哪些選項中的值時，能使數列 $\langle a_n \rangle$ 的前六項均為正數？
 - $\frac{20}{11}$ (B). 2 (C). $\frac{23}{11}$ (D). $\frac{11}{5}$ (E). $\frac{13}{5}$

二、填充題：每格 6 分，8 格共計 48 分。

- 設有五數成等差數列，其和是 20，積是 208，則此數列的公差可能的值為【 】。(全對才給分)
- 阿樺在經營某社群平台時發現 110 年與 111 年的訂閱人數成長率分別只有 10%、20%，若希望在 112 年底結算時，這三年的平均成長率能達到 30% 以上，則今年 (112 年) 的成長率至少要達到【 】%。
(以無條件進位法取至整數答案)

6. 已知 x 、 y 的 5 筆數據如下表，且 y 對 x 的迴歸直線為 $y = \frac{1}{2}x + 3$ ，則：

x	1	2	2	3	2
y	3	2	1	a	10

- 數據 x 的變異數為【 】。
- 數據 y 的標準差為【 】。

桃園市立武陵高中 111 學年度第二學期高一數學科第一次期中考
(101 班至 120 班)_教師解答卷

範圍：數列與級數、數據分析

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____ 成績：_____

一、多選題：每題 8 分，3 題共 24 分。(每題至少有 1 個選項是正確的，答錯 1 個選項者，得 5 分；答錯 2 個選項者，得 2 分；答錯多於 2 個選項者，該題以 0 分計算。)

1. B、E	2. B、C、E	3. B、C、D
--------	----------	----------

二、填充題：每格 6 分，8 格共計 48 分。

4. $\pm\sqrt{3}$ 、 $\pm\sqrt{17}$ (全對才給分)	5. 67 多寫%，扣 2 分	6. (1). $\frac{2}{5}$	6. (2). $\sqrt{10}$
7. $r_{X,Y} < r_{X,U} < r_{X,Y} <$ $r_{X,X} = r_{X,Z}$ 順序顛倒寫，扣 2 分	8. 679	9. 3996	10. 1000

三、混合題：每小題 4 分，共計 16 分。(答案請取四捨五入至小數點後第 1 位。)

<p>(1). 答案：【 E 】 (單選)</p> <p>(2). 答案：【 30.5 】 (填充)</p> <p>(3). 答案：【 -0.1 】 (填充)</p>	<p>(4). 答案：【 66.5 】 (計算) (需有計算過程)</p> <p style="text-align: center;">視為計算題斟酌給分</p>
---	--

四、計算證明題：一題 12 分，共計 12 分。(需有詳細邏輯說明與證明過程。)

<p>(1). $\langle a_n \rangle$: 4、16、36、64、100 (每少寫一項扣 2 分)</p> <p>(2). 推測此數列的一般項為 $a_n = 4n^2$ (2 分)</p> <p>欲證：對所有正整數 n 而言，$a_n = 4n^2$</p> <p>1. 當 $n=1$ 時：$a_1 = 4 \times 1^2 = 4 \Rightarrow$ 當 $n=1$ 時原命題成立。(2 分)</p> <p>2. 設當 $n=k$ 成立時，即：$a_k = 4 \times k^2$ (2 分)</p> <p>$\Rightarrow a_{k+1} = \frac{k+2}{k} a_k + 4 = \frac{k+2}{k} (4k^2) + 4 = 4(k+1)^2 \Rightarrow$ $n=k+1$ 時原命題亦成立。</p> <p>3. 故由數學歸納法可知，對所有正整數 n 而言，$a_n = 4n^2$ 恆成立。(2 分)</p>
--