

武陵高中 114 學年度第二學期高三數學乙第一次期中考試題卷

範圍：選修數學乙(下)第二章

班級：

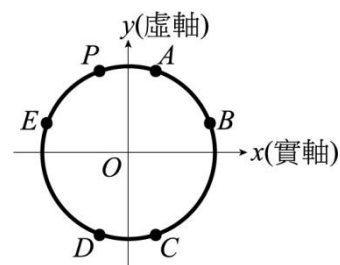
座號：

姓名：

一、單選題(每題 5 分，共 10 分)

1. () 在複數平面上，若複數 z 所對應的 P 點在單位圓 O 上，
如圖所示，則 $-\bar{z}$ 在複數平面上所對應的點為

(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E



2. () 若 k 為整數，滿足方程式 $kx^2 - 12x + 1 = 0$ 有兩個相異實根，且兩根的和介於 $\frac{1}{3}$ 與 $\frac{1}{2}$ 之間，
則滿足條件的 k 值有幾個？ (A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12 (E) 13

二、多選題(每題 8 分，錯 1 個選項 5 分、錯 2 個選項 2 分，錯 3 個選項以上 0 分，共 24 分)

1. () 設多項式 $f(x) = x^3 - 4x^2 + 4x + k$ 、 $g(x) = x^2 + ax + 1$ ，其中 k, a 為實數。已知 $g(x)$ 整除 $f(x)$ ，且方程式 $g(x) = 0$ 有虛根。試選出為方程式 $f(x) = 0$ 的根之選項。

(A) -3 (B) 3 (C) 1 (D) $\frac{1+\sqrt{3}i}{2}$ (E) $\frac{1+\sqrt{5}i}{2}$

2. () 設 $f(x) = 0$ 為實係數三次方程式，選出所有正確的選項。

(A) 方程式 $f(x) = 0$ 一定有實根 (B) 方程式 $f(x) = 0$ 一定有虛根 (C) 方程式 $f(x) = x^3$ 一定有實根 (D) 方程式 $f(x) = x^2$ 一定有實根 (E) 若 $f(1+i) = 0$ ，則 $f(1+2i) \neq 0$

3. () 關於複數 a 與 b 的運算，選出正確的選項 ($\bar{a}$ 表複數 a 的共軛複數)

(A) 若 $a + 2i = 3 + bi$ ，則 $a = 3, b = 2$ (B) 若 $a + b > 0$ 且 $b < 0$ ，則 $a > 0$

(C) 若 $a = \bar{a}$ ，則 a 為實數 (D) 若 $a^2 < 0$ ，則 $a + \bar{a} = 0$ (E) 若 $a^2 - b^2 > 0$ ，則 $a^2 > b^2$

三、填充題(每小題 5 分，共 60 分，答案須化至最簡，否則不予計分。)

1. 設 α 、 β 為方程式 $x^2 + 3x + 4 = 0$ 的二根，試求下列各式之值：

(1) $(\alpha + \beta)^2 =$ _____。

(2) $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} =$ _____。

(3) $\frac{\beta^2}{2\alpha + 6} + \frac{\alpha^2}{2\beta + 6} =$ _____。

2. z_1 、 z_2 為兩複數且滿足 $z_1 + \bar{z}_2 = 3 - 4i$ ， $\bar{z}_1 - z_2 = 2 + 2i$ ，試求：

(1) $z_1 =$ _____。

(2) $z_2 =$ _____。

3. 已知 $z = \frac{2+3i}{a+i}$ 滿足 $z = \bar{z}$ ，實數 a 的值為_____。

4. k 為實數，方程式 $x^2 - 3x + k = 0$ 的解為兩正根，試求 k 的範圍。

5. 已知 $f(x) = x^3 + 2x^2 + 3x + 4$ ，試求 $f(1+i) =$ _____。

6. 化簡 $i + 2i^2 + 3i^3 + 4i^4 + \cdots + 50i^{50} =$ _____。

7. 化簡 $\left(\frac{1-i}{2}\right)^{20} =$ _____。

8. 複數方程式 $z^2 = 8 - 6i$ 的複數 $z =$ _____。(兩解)

9. 已知兩複數 z_1 與 z_2 滿足 $|z_1 - 3 - i| = 2$ ， $|iz_2 - 2| = 1$ ，則 $|z_1 - z_2|$ 的最大值為_____。

四、計算題(6分)

1. 設 a 、 b 、 c 、 d 皆為實數，多項式方程式 $x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ 有四個相異虛根，其中兩根和為 $2-i$ ，另兩根積為 $3+4i$ ，求此多項式方程式。

武陵高中 114 學年度第二學期高三數學乙第一次期中考答案卷

範圍：選修數學乙(下)第二章

班級：

座號：

姓名：

一、單選題(每題 5 分，共 10 分)

1	2
A	C

二、多選題(每題 8 分，錯 1 個選項 5 分、錯 2 個選項 2 分，錯 3 個選項以上 0 分，共 24 分)

1	2	3
BD	ADE	BCD

三、填充題(每小題 5 分，共 60 分)

1(1)	1(2)	1(3)	2(1)
9	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2} - 3i$
2(2)	3	4	5
$\frac{1}{2} + i$	$\frac{2}{3}$	$0 < k \leq \frac{9}{4}$	$5 + 9i$
6	7	8	9
$-26 + 25i$	$\frac{-1}{1024}$	$3 - i$ 或 $-3 + i$	$3 + 3\sqrt{2}$

四、計算題(6 分)

2. 設 a 、 b 、 c 、 d 皆為實數，多項式方程式 $x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ 有四個相異虛根，

其中兩根和為 $2 - i$ ，另兩根積為 $3 + 4i$ ，求此多項式方程式。

設 $\alpha + \beta = 2 - i$ ， $\overline{\alpha}\overline{\beta} = 3 + 4i$ 可得 $\overline{\alpha} + \overline{\beta} = 2 + i$ ， $\alpha\beta = 3 - 4i$ (1 分)

$(x^2 - (2 - i)x + (3 - 4i))(x^2 - (2 + i)x + (3 + 4i)) = 0$ (2 分)

$x^4 - 4x^3 + 11x^2 - 20x + 25 = 0$ (3 分)