桃園市立武陵高中113學年度第一學期 高二數學B 第二次段考

班級：＿＿＿＿＿座號：＿＿＿＿＿姓名：＿＿＿＿＿＿

本試卷題型均可以自行判斷採用計算器為計算工具，允許的計算器機型限定下列四款：

E-More FX-127、Fuhbao FX-180、Canon F-502G、Casio FX-82Solar(II)

滿分114分，超過100分以100分計。

一、1~9題為填充題（每格5分，共50分）

1. $2^x = 6$，$x =$＿(1)＿(以數學符號表示)≈＿(2)＿(四捨五入至小數點後第二位)

2. 方程式 $log(2x-5) + log(x-1) = 1 + log\,2$ 的實數解 $x =$＿＿＿＿＿

3. 不等式 $log(x+2) < log(8-5x)$ 的實數解 x 的範圍為＿＿＿＿＿

4. 若對數 $log_{(x-2)}(-x^2+3x+10)$ 有意義，求實數 x 的範圍為＿＿＿＿＿

5. 若 $1 \le log\,a \le 1.5$，求這樣的整數 a 共有＿＿＿＿＿個。

6. 若 $31^{13} \le 10^a \le 13^{31}$ ，求這樣的整數 a 共有＿＿＿＿＿個。

7. 若 $(2, log\,2)$、$(3, log\,3)$、$(10, log\,x)$三點共線，求 $x =$ ＿＿＿＿＿

8. 在學習電腦程式中，演算法學習是很重要的一門課題，例如將多筆資料按小到大進行排序，就有很多不同的排序演算法，不同的排序演算法就會有不同的運算時間，而找出最佳的演算法是非常重要的課題。已知甲排序演算法的運算次數：將 n 筆資料按小到大進行排序，只要作大約 $\frac{n\,log\,n}{log\,e}$ 次比較即可，而作一次比較需要 10^{-7} 秒。如果依據甲排序演算法將1億筆資料按小到大進行排序，請問需要＿＿＿＿＿秒(四捨五入取至整數位)。

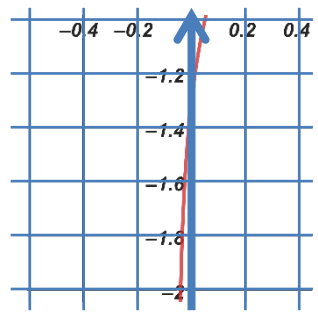
9. 假設有一間慷慨的銀行年利率為 100%，現有本金 1 萬元，每年複利計息一次，則一年後的本利和是 2 萬元；若改為每半年複利計息一次，則一年後的本利和是 22500 元；若改為每季複利計息一次，則一年後的本利和是 24414 元…。複利計息週期、期數、一年後本利和的整理表如下。請問如果以分計息的話，一年後本利和會是_____元(四捨五入取至整數位)。

複利計息週期	一年期數	一年後本利和
一年	1	20000 元
半年	2	22500 元
一季	4	24414 元
一月	12	26130 元
一週	52	26926 元
一日	365	27146 元
一時	8760	27181 元
一分	525600	? 元

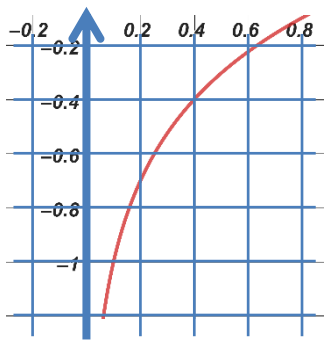
二、10~17 題為多重選擇題（每題均有 5 個選項，至少有一個選項是正確的，每題 8 分，錯一個選項扣 3 分，錯二個選項扣 6 分，錯三個選項以上扣 8 分，共 64 分）

10. 在上課時，老師請同學在數學軟體 Geogebra 中輸入「$y = \log x$」這個常用對數函數。小陵將座標比例調整後發現「$y = \log x$ 函數圖形的變化：x方向越往右時，y上升地會越來越慢」請問如果小陵移動不同的區域範圍，以下哪些選項可能會出現在畫面中？

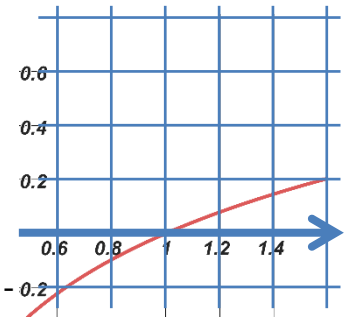
(A)



(B)

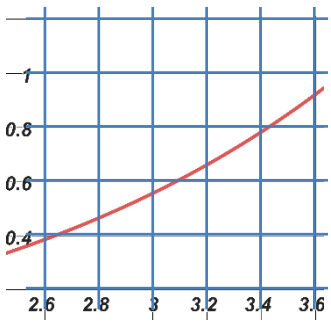


(C)



(D)

(E)



11. 以下選項有哪些正確？

(A) $log_2 5 + log_5 2 = 1$　(B) $log_4(-3)^2 = \frac{log 3}{log 2}$　(C) $\frac{log 15 + log 25}{2} < log 20$

(D) $2^{2\,log_2 3} = 8$　(E) $2^{log 3} > 3^{log 2}$

12. 下列選項的函數圖形中，有哪些對稱 $y=x$？

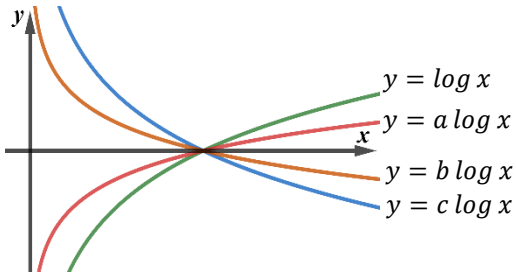
(A) 函數 $y=\log x$ 與 $y=\log(-x)$　　(B) 函數 $y=10^x$ 與 $y=\log x$

(C) 函數 $y=10^{-x}$ 與 $y=-\log x$　　(D) 函數 $y=10^x+2$ 與 $y=\log x+2$

(E) 函數 $y=10^{x+2}$ 與 $y=\log x-2$

13. 附圖為函數 $y=\log x$、$y=a\log x$、$y=b\log x$ 與 $y=c\log x$ 的圖形，

若 $y=a\log x$ 與 $y=b\log x$ 的圖形對稱於 x 軸，$y=c\log x$ 與 $y=\log x$ 的圖形也對稱於 x 軸，則以下哪些選項是<u>正確</u>的？



(A) $a>10$

(B) $a\cdot b=1$

(C) $c=\frac{1}{10}$

(D) $b>c$

(E) 任何水平線與 $y=a\log x$ 的圖形都恰交於一點。

14. 理財專員宣稱：某項高息存款投資雖然經過 14 年後，本利和還沒到達 2 倍，但第 15 年後就會<u>**開始**</u>超過 2 倍，請問若這項投資依複利計算每年計息一次，其年利率<u>可能</u>為多少？

(A) 4.5%　(B) 4.75%　(C) 5%　(D) 5.25%　(E) 5.5%

15. 有一位司機喝了 1 公升的烈酒後，血液中的酒精濃度急遽上升到 0.3 %，但停止喝酒後，該司機血液中的酒精濃度每小時會減少原來的 $\frac{1}{4}$。依據交通安全條例規定：「駕駛員血液中的酒精濃度不得超過 0.03%」。關於以上敘述，則以下哪些選項是<u>正確</u>的？

(A) 該司機血液中的酒精濃度每分鐘會減少原來的 $\frac{1}{240}$。

(B) 該司機血液中的酒精濃度每小時會變成原來的 $\frac{3}{4}$。

(C) 該司機在停止喝酒後 1 小時，其血液中的酒精濃度為 0.225%。

(D) 該司機在停止喝酒後 30 分鐘，其血液中的酒精濃度為 0.2625%。

(E) 依據法規規定，該司機至少在停止喝酒後 8 小時才能開車。

16. 美國天文學家西蒙・紐康於 1881 年，在一次不經意地翻閱「對數表」的書時，發現數字以 1 為開頭的頁面，比 2 為開頭的頁面來的破舊，而以 2 開頭的頁面又比以 3 為開頭的頁面來的舊。到了 1938 年，美國奇異公司一位電機工程師暨物理學家法蘭克・班佛，在總部的實驗室裡，查閱對數表時也發現類似的狀況，於是推論了班佛法則：「在自然發生（即未有人為限制）的觀察值裡面，首位數字為 a 的比例約佔全體的 $P_a = log\left(1+\frac{1}{a}\right)$」，這個法則常常運用於會計學、金融界以及選舉中的數據檢驗。根據班佛法則，以下哪些選項是正確的？

(A) 首位數字為 1 的數據比例大約會佔全體的 30.1%。

(B) 首位數字為 5 的數據比例大約會佔全體的 $\frac{1}{9}$。

(C) 首位數字為 9 的數據數量會比首位數字為 8 的數據數量還多。

(D) 首位數字為 1 的數據數量與首位數字為 2 的數據數量總計會佔超過全體的 45%。

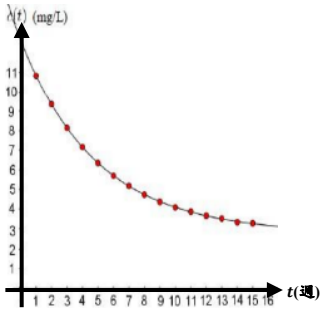
(E) $P_1+P_2+P_3+P_4+P_5+P_6+P_7+P_8+P_9=1$ 。

17. 由於太湖受上游造紙工廠排放廢水導致湖中水資源有嚴重的汙染問題，因此政府對水資源污染物的濃度進行每周定期檢測，測得的數據如下表，而下圖則是某團隊透過曲線擬合的方式進行預測，所預測的函數為 $c(t)=9.86222\times 0.815918^{\,t}+2.79045$，

請問根據此團隊所預測的函數，

以下哪些選項是正確的？

監測時間	平均值	監測時間	平均值	監測時間	平均值
第 1 週	10.83592	第 6 週	5.69356	第 11 週	3.86069
第 2 週	9.35707	第 7 週	5.18057	第 12 週	3.65433
第 3 週	8.15180	第 8 週	4.72520	第 13 週	3.50931
第 4 週	7.16231	第 9 週	4.35953	第 14 週	3.32409
第 5 週	6.34766	第 10 週	4.07285	第 15 週	3.26808



(A) 一開始造紙工廠排放廢水導致湖中的污染物濃度(mg/L) 約為 $2.79(mg/L)$。

(B) 根據數據預測：過的時間越久，所監測到的污染物濃度(mg/L) 越少。

(C) 根據數據預測：湖中所監測到的污染物濃度(mg/L) 會隨著時間越長，隔一週的下降變化越小。

(D) 根據數據預測：過一段時間後，所監測到的污染物濃度(mg/L) 可能會少於 $2.5(mg/L)$ 。

(E) 半年(26 週)後的污染物濃度大約為 $2.84\ (mg/L)$。

桃園市立武陵高中113學年度第 一 學期 高 二 數學 B 第 二 次段考

班級：＿＿＿＿＿＿座號：＿＿＿＿＿＿姓名：＿＿＿＿＿＿

滿分104分，超過100分以100分計。

一、1~9題為填充題（每格5分，共50分）

1(1). $log_2 6$（$\frac{log 6}{log 2}$）	1(2). 2.58	2. 5
3. $-2 < x < 1$	4. $2 < x < 5, x \neq 3$	5. 22
6. 15	7. $\frac{6561}{128}$（$\frac{3^8}{2^7}$）	8. 184
9. 27183		

二、10~17題為多重選擇題

（每題均有5個選項，至少有一個選項是正確的，每題8分，錯一個選項扣3分，錯二個選項扣6分，錯三個選項以上扣8分，共64分）

10. $B、C$	11. $B、C$	12. $B、C、E$
13. $D、E$	14. $B、C$	15. $B、C$
16. $A、D、E$	17. $B、C、E$	