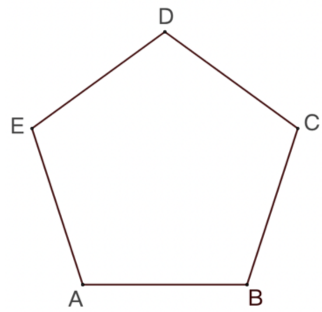
桃園市立武陵高中 111 學年度第一學期 二年級期末考 數學科(A)試題卷

班級：________ 座號：________ 姓名：________________

一、多重選擇題（每題 8 分，共 24 分。答錯一個選項得 5 分，答錯兩個選項得 2 分，答錯三個選項以上得 0 分，未作答不給分。）



1. 如右圖，$ABCDE$ 為正五邊形，請問下列哪些敘述正確？

(A) 以 A、B、C、D、E 為始點、終點，可決定 10 種不同非零向量

(B) $\overrightarrow{ED}\cdot\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}\cdot\overrightarrow{AB}$

(C) 若正五邊形邊長為 3，則 $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AE}>5$

(D) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AB}$、$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}$、$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}$、$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{DE}$、$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{EA}$ 中，以 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AB}$ 為最大

(E) 若 P 為正五邊形所在平面上一點，且 $\overrightarrow{PA}-\sqrt{2}\,\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}=\overrightarrow{AC}$，則 P 在 $\overline{AB}$ 上

2. 設 $\vec{a},\vec{b}$ 為平面上兩個不平行的非零向量，$p,q,r,s\in\mathbb{R}$，下列關於向量與行列式的敘述哪些正確？

(A) 若 $r|\vec{a}|=s|\vec{b}|$，則 $r\vec{a}+s\vec{b}$ 必可平分 $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 的夾角

(B) 若 $\vec{c}=r\vec{a}+2\vec{b}$，已知當 $|\vec{c}|$ 最小時，$r>0$，則 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 夾角為銳角

(C) 若 $\vec{a}$ 在 $\vec{b}$ 上的正射影為 $\vec{c}$，$\vec{b}$ 在 $\vec{a}$ 上的正射影為 $\vec{d}$，且 $|\vec{c}|=2|\vec{d}|$，則 $|\vec{a}|:|\vec{b}|=1:2$

(D) 若 $|\vec{a}|=|\vec{b}|$，且 $|\vec{a}-\vec{b}|-|\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{2}$，則 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 夾角必為鈍角

(E) 若 $pqrs\geq 0$，則 $\left|\begin{vmatrix} p & -q \\ r & s \end{vmatrix}\right|=\begin{vmatrix} |p| & -|q| \\ |r| & |s| \end{vmatrix}$

3. 已知 3 個非零向量 $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$，若 $\vec{a}+2\vec{b}+3\vec{c}=\vec{0}$，且 $\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{c}=\vec{c}\cdot\vec{a}=k$，則下列選項哪些正確？

(A) $k>0$

(B) $|\vec{a}|=\sqrt{5k}$

(C) $|\vec{b}|=\sqrt{-2k}$

(D) $\vec{b}$ 與 $\vec{c}$ 之夾角為 $45°$

(E) $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 所形成平行四邊形面積為 $\vec{b}$ 與 $\vec{c}$ 所形成平行四邊形面積的 3 倍

二、填充題（配分如右表，共 60 分）

答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
得分	8	16	24	30	36	42	48	52	56	60

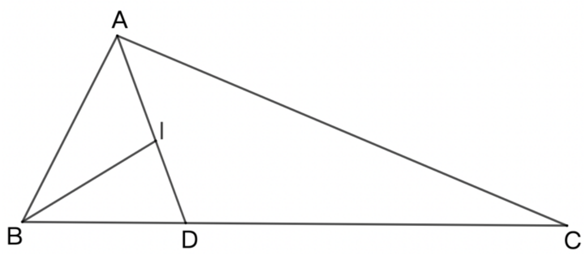
1. 試求 $\begin{vmatrix} \sqrt{2}+2\sqrt{3}+\sqrt{15} & 2\sqrt{3} \\ \sqrt{2}+2\sqrt{3}-\sqrt{15} & \sqrt{2}-\sqrt{15} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \frac{\sqrt{6}}{7} & \frac{\sqrt{6}}{6} \\ \frac{12}{29} & \frac{14}{29} \end{vmatrix} =$________________

2. 設 $\vec{a}=(7,-\sqrt{15})$，若 $\vec{b}$ 與 $\vec{a}$ 垂直，且$|\vec{b}|=1$，則 $\vec{b}=$________________

3. 設$\vec{a}=(202,-101)$，$\vec{b}=(3,t)$，t 為整數，若$\vec{b}$ 在 $\vec{a}$ 上的正射影長度小於 1，則所有滿足此條件之整數 t 有________________個

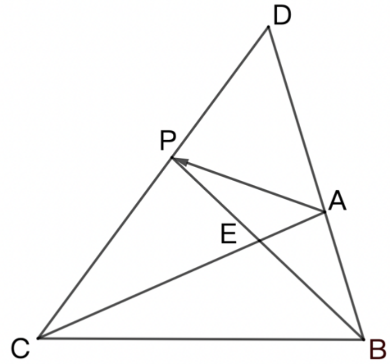
4. 設 $x,y\in\mathbb{R}$，且 $4x-3y=8$，已知當 $x=s,\ y=t$ 時，x^2+2y^2 有最小值 m，
試求 $m-s+t=$________________

5. 如圖（此為示意圖），$\triangle ABC$ 中，$\overline{AB}=3$，$\overline{AC}=7$，$\angle A$ 的角平分線交 $\overline{BC}$ 於 D，I 為$\triangle ABC$ 的內心，已知 $\overrightarrow{AI}=\frac{7}{25}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{25}\overrightarrow{AC}$，求 $\overline{BC}=$________________



6. 坐標平面上有一矩形，其一邊所在直線方程式為$\begin{cases} x=2+2t \\ y=4-t \end{cases}, t\in\mathbb{R}$，其中一條對角線 L_1 所在直線方程式為 $x-2y+9=0$，已知另一條對角線 L_2 過 $(1,-7)$，試求對角線 L_2 所在直線方程式為________（請以一般式 $ax+by+c=0$表示）

7. 如圖（此為示意圖），已知 $\overline{AB}:\overline{AD}=2:3$，$\overline{AE}:\overline{EC}=1:4$，$\overleftrightarrow{BE}$ 與 $\overline{CD}$ 交於 P 點，若$\overrightarrow{AP}=\alpha\overrightarrow{AB}+\beta\overrightarrow{AC}$，則$(\alpha,\beta)=$________



8. 若$\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1 \\ a_2x+b_2y=c_2 \end{cases}$之解為 $x=2, y=6$，試求$\begin{cases} (2a_1-b_1)x-3b_1y+2c_1=0 \\ (2a_2-b_2)x-3b_2y+2c_2=0 \end{cases}$之解$(x,y)=$ ________

9. 如圖，$\overrightarrow{AB}=(3,1)$，$\overrightarrow{AC}=(2,3)$，若 P 為平面上一點，且 $\overrightarrow{AP}=\alpha\overrightarrow{AB}+\beta\overrightarrow{AC}$，

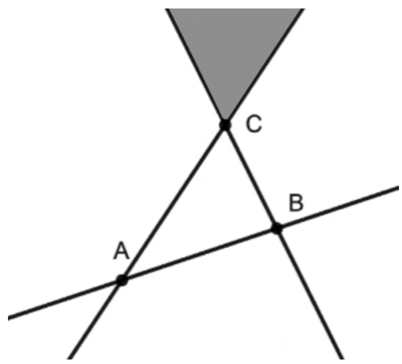
已知 $\overrightarrow{AP}$ 滿足以下條件：

① α,β 皆為整數

② P 點落在塗色區域（不包含$\overleftrightarrow{AC}$ 及$\overleftrightarrow{BC}$）

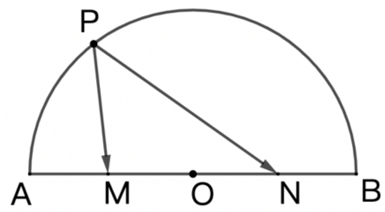
③ $\alpha\overrightarrow{AB}$ 與 $\beta\overrightarrow{AC}$ 所形成之平行四邊形面積小於 110

試問滿足上述條件的 P 點共有________個



10. 如圖，$\overline{AB}$ 為圓 O 的直徑，P 為圓弧 AB 上一點，M,N 在直徑上且對稱於 O（O 為圓心），

設 $\overline{AB}=a$，$\overline{MN}=b$，試以 a、b 表示 $\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{PN}=$＿＿＿＿＿＿＿＿（請化簡至沒有括號的形式）



三、計算證明與混合題（共 16 分，無詳細說明或計算過程不予計分）

1. 將奇異果高中平面圖視為一坐標平面，以校門口為原點 $O(0,0)$，根據相對位置設立大致的坐標，明道樓位於 $A(6,8)$，崇德樓位於 $B(-3,5)$，K書中心位於 $C(1,9)$，請問：

(1) 下列何者為直線 AB 的參數式？

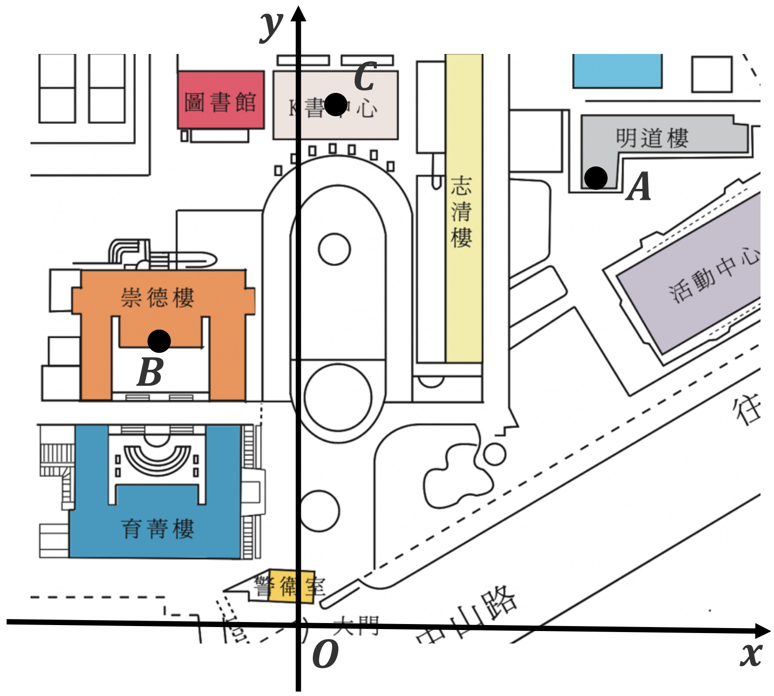
（單選題，不需計算過程，3 分）

(A) $\begin{cases} x=6+3t \\ y=8-9t \end{cases}, t\in\mathbb{R}$

(B) $\begin{cases} x=-3+6t \\ y=5+8t \end{cases}, t\in\mathbb{R}$

(C) $\begin{cases} x=-3+3t \\ y=5+t \end{cases}, t\in\mathbb{R}$

(D) $\begin{cases} x=6+t \\ y=8+3t \end{cases}, t\in\mathbb{R}$



(2) 園遊會時，小昕想在校園中 P 處設置一甜點攤位，為了方便明道樓、崇德樓及K書中心的同學前往，決定設立在明道樓、崇德樓位置的連線上，並且距離K書中心最近的位置處，試求攤位的坐標。**（5 分）**

2. (1) 設 O 為△ABC 的外心，試證明 $\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AB}=\frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB}\right|^2$ **（3 分）**

(2) △ABC 中，$\overline{AB}=6$，$\overline{BC}=2\sqrt{7}$，$\overline{CA}=4$，O 為△ABC 的外心，若 $\overrightarrow{AO}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$，

試求數對 (x,y) **（5 分）**

桃園市立武陵高中 111 學年度第一學期 二年級期末考 數學科(A)答案卷

班級：______ 座號：______ 姓名：______________

一、多重選擇題（每題 8 分，共 24 分）

1.		2.		3.	

二、填充題（配分如表，共 60 分）

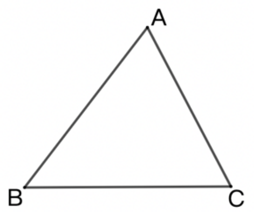
1.		2.		3.	
4.		5.		6.	
7.		8.		9.	
10.					

三、計算證明與混合題（共 16 分，無詳細說明或計算過程不予計分）

1. (1)______________（單選題）

(2)

2. (1)



(2)

桃園市立武陵高中 111 學年度第一學期 二年級期末考 數學科(A)解答

一、多重選擇題（每題 8 分，共 24 分。答錯一個選項得 5 分，答錯兩個選項得 2 分，答錯三個選項以上得 0 分，未作答不給分。）

1.	BD	2.	DE	3.	CE

二、填充題（配分如下表，共 60 分）

答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
得分	8	16	24	30	36	42	48	52	56	60

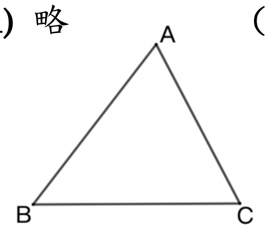
1.	-25	2.	$\left(\frac{\sqrt{15}}{8},\frac{7}{8}\right)$ 或 $\left(\frac{-\sqrt{15}}{8},\frac{-7}{8}\right)$	3.	5
4.	$\frac{40}{41}$	5.	15 送分	6.	$11x+2y+3=0$
7.	$(\frac{-12}{13},\frac{5}{13})$	8.	$(-2,\frac{14}{3})$	9.	18
10.	$\frac{a^2-b^2}{4}$				

三、計算證明與混合題（共 16 分，無詳細說明或計算過程不予計分）

1. (1)______C______（3 分）

(2) $\left(\frac{9}{5},\frac{33}{5}\right)$ （5 分）

2. (1) 略 （3 分）



(2) $\left(\frac{4}{9},\frac{1}{6}\right)$ （5 分）

$$\begin{cases}\overrightarrow{AB}\cdot(x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC})=\frac{1}{2}\overline{AB}^2\\ \overrightarrow{AC}\cdot(x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC})=\frac{1}{2}\overline{AC}^2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}36x+12y=18\\12x+16y=8\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=\frac{4}{9}\\ y=\frac{1}{6}\end{cases}$$