201~202, 204~218, 220

桃園市立武陵高級中學 109 學年度(上)二年級數學科期末考題目卷

範圍：第三冊數 A 單元 8,9,10

一、多重選擇題：(每題 8 分，錯一個選項得 5 分，錯二個選項得 2 分，錯三個選項以上得 0 分)

1. 已知$|\overrightarrow{a}|=3$，$|\overrightarrow{b}|=4$，$\overrightarrow{a}$和$\overrightarrow{b}$的夾角60°，下列何者正確？
   (1) $\overrightarrow{a}\cdot(\overrightarrow{a}+2\overrightarrow{b})=21$
   (2) $\overrightarrow{a}$和$\overrightarrow{b}-2\overrightarrow{a}$的夾角是鈍角
   (3) $|\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}|=7$
   (4) $|\overrightarrow{a}+2\overrightarrow{b}|=97$
   (5)若$\overrightarrow{c}=x\overrightarrow{a}+y\overrightarrow{b}$且 x,y 是皆不為零的實數，則$\overrightarrow{c}$與$\overrightarrow{a}$一定不平行。

2. 在平面直角坐標系中，若 $A(1,0)$，$B(-1,0)$，則下列哪些函數的圖形上可以找到 P 點，使得$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=0$。
   (1) $y=x^2$　(2) $y=-x^2+2$　(3) $2x+4y=5$　(4) $x^2+(y-2)^2=1$　(5) $y=2^x$。

3. 已知$a_1,b_1,c_1,a_2,b_2,c_2\in R$，且$a_1^{\ 2}+b_1^{\ 2}\neq 0$，$a_2^{\ 2}+b_2^{\ 2}\neq 0$，則下列關於聯立方程式$\begin{cases}a_1x+b_1y=c_1\\a_2x+b_2y=c_2\end{cases}$的幾何意義與向量觀點的敘述何者正確？
   (1) 若直線L_1：$a_1x+b_1y=c_1$與L_2：$a_2x+b_2y=c_2$的法向量互相平行時，則聯立方程式$\begin{cases}a_1x+b_1y=c_1\\a_2x+b_2y=c_2\end{cases}$無解。
   (2) 若聯立方程式$\begin{cases}a_1x+b_1y=c_1\\a_2x+b_2y=c_2\end{cases}$有無限多組解時，則直線$L_1$：$a_1x+b_1y=c_1$與$L_2$：$a_2x+b_2y=c_2$的法向量互相平行。
   (3) 令$\overrightarrow{a}=(a_1,a_2)$, $\overrightarrow{b}=(b_1,b_2)$, $\overrightarrow{c}=(c_1,c_2)$。若找得到實數 x,y 使得$\overrightarrow{c}=x\overrightarrow{a}+y\overrightarrow{b}$，則表示$\begin{cases}a_1x+b_1y=c_1\\a_2x+b_2y=c_2\end{cases}$有恰一組解。
   (4) 令$\overrightarrow{a}=(a_1,a_2)$, $\overrightarrow{b}=(b_1,b_2)$, $\overrightarrow{c}=(c_1,c_2)$，且$\overrightarrow{c}=x\overrightarrow{a}+y\overrightarrow{b}$。已知$\overrightarrow{a}=(a_1,a_2)$以原點為中心分別逆時針旋轉$\alpha,\beta$角（$0^\circ<\alpha,\beta<180^\circ$）後與$\overrightarrow{b}=(b_1,b_2)$及$\overrightarrow{c}=(c_1,c_2)$同方向。若$\overrightarrow{a}$與$\overrightarrow{b}$不平行時，則表示$\begin{cases}a_1x+b_1y=c_1\\a_2x+b_2y=c_2\end{cases}$有恰一組解$(x_0,y_0)$，

      且其中$x_0=\dfrac{\overrightarrow{b}\text{與}\overrightarrow{c}\text{所決定的平行四邊形面積}}{\overrightarrow{a}\text{與}\overrightarrow{b}\text{所決定的平行四邊形面積}}$。
   (5) 令$\overrightarrow{a}=(a_1,a_2)$, $\overrightarrow{b}=(b_1,b_2)$, $\overrightarrow{c}=(c_1,c_2)$且$\overrightarrow{c}=x\overrightarrow{a}+y\overrightarrow{b}$。若$\overrightarrow{a},\overrightarrow{b},\overrightarrow{c}$兩兩互相平行，則表示$\begin{cases}a_1x+b_1y=c_1\\a_2x+b_2y=c_2\end{cases}$有無限多組解。

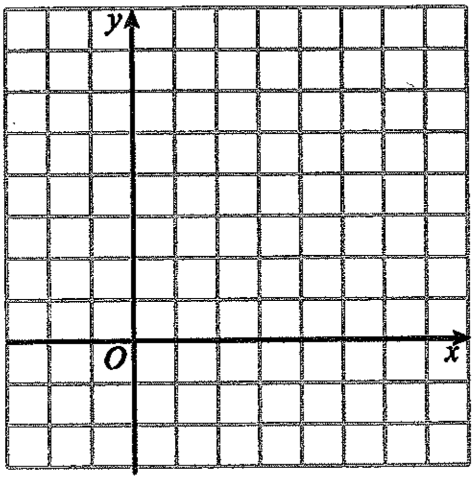
三、計算題：（共 13 分）

1. 坐標平面上，已知 $\overrightarrow{a}=(1,3)$，$\overrightarrow{b}=(2,1)$。

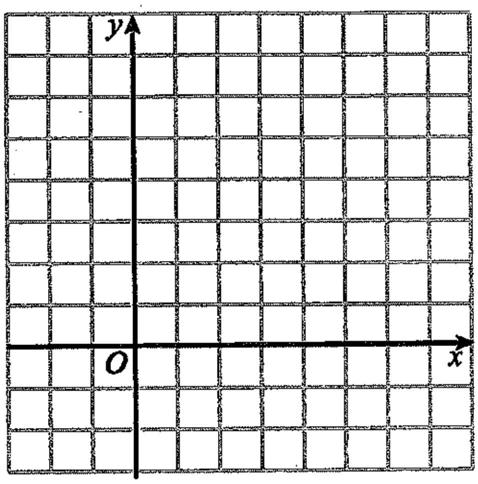
(1)試在答案卷的方格(A)上，以原點 O 為始點畫出 $\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{b}$，$\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{a}+3\overrightarrow{b}$，$\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{a}-2\overrightarrow{b}$ 這四個向量。(4 分)

(2)承(1)，若 $\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{a}+t\overrightarrow{b}$，$t$ 為任意實數，試在答案卷的方格(B)上畫出所有 P 點的軌跡圖形。(3 分)

(3)承(2)，當 $t=t_0$ 時，$|\overrightarrow{OP}|$ 有最小值，試在答案卷的方格(B)上畫出 $\overrightarrow{OP}$ (2 分)，並計算出 t_0 的值。(4 分)



方格(A)



方格(B)

背面有題

二、填充題：(每題 7 分，共 63 分)

1. 在坐標平面上，$\triangle ABC$ 的三頂點為 $A(3,1)$、$B(-2,2)$、$C(0,-1)$，求$\triangle ABC$ 的面積為______。

2. 已知 $A(-6,3)$ ，$B(4,-7)$ 為坐標平面上兩點，點 P 在直線 AB 上且 $P\notin\overline{AB}$，
   若 $\overline{AP}:\overline{PB}=3:2$，求 P 點的坐標為______。

3. 設 $(x+1)^2+(y-2)^2=13$ ，$x,y\in R$ ，試求 $3x-2y$ 的最大值為______。

4. 將向量 $\overrightarrow{a}=(6,8)$ 分解成兩向量 $\overrightarrow{u}$ 和 $\overrightarrow{v}$ 的和，其中 $\overrightarrow{u}\,//\,\overrightarrow{b}$ 且 $\overrightarrow{v}\perp\overrightarrow{b}$ ，若 $\overrightarrow{b}=(2,1)$。
   則 $\overrightarrow{u}=$______(4 分)，$\overrightarrow{v}=$______(3 分)。

5. 若直角$\triangle ABC$ 的三邊長為 $\overline{AB}=4,\overline{BC}=5,\overline{CA}=3$ ，已知$\triangle ABC$ 的重心為 G，
   求 $\overrightarrow{AG}\cdot\overrightarrow{AB}=$______。

背面尚有

6. 已知行列式$\begin{vmatrix} a_1+2b_1 & 3b_1-2a_1 \\ a_2+2b_2 & 3b_2-2a_2 \end{vmatrix}=14$，$\begin{vmatrix} c_1 & c_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}=-2$，$\begin{vmatrix} 3c_1 & 3a_1 \\ 3c_2 & 3a_2 \end{vmatrix}=3$，求聯立方程式

$\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1 \\ a_2x+b_2y=c_2 \end{cases}$ 的解(x,y)為_______。

7. 在ΔABC中，過$\overline{BC}$的中點D作$\overline{BC}$中垂線交$\overline{AC}$於E點，若$\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{BC}=7$，$|\overrightarrow{AB}|=2$，則$\overline{AC}=$______。

8. 已知$\overrightarrow{PB}$與$\overrightarrow{PC}$不平行，設$3\overrightarrow{PA}=5\overrightarrow{PB}+2\overrightarrow{PC}$，且$\overline{PA}$交$\overline{BC}$於$D$點，則

$\dfrac{\triangle PBD\text{面積}}{\triangle ACD\text{面積}}=$______。

9. 在坐標平面上有一ΔABC，已知$\overline{AB}=2$，$\overline{AC}=3$，且$\angle BAC=60°$，若平面上有一動點D滿足$|\overrightarrow{CD}|=1$，試求$|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CD}|$的最小值為______。

201-202, 204-218, 220

桃園市立武陵高級中學 109 學年度(上)二年級數學科期末考答案卷

班級：____ 座號：____ 姓名：__________

範圍：第三冊數 A 單元 8,9,10

一、多重選擇題：(每題 8 分，錯一個選項得 5 分，錯二個選項得 2 分，錯三個選項以上得 0 分)

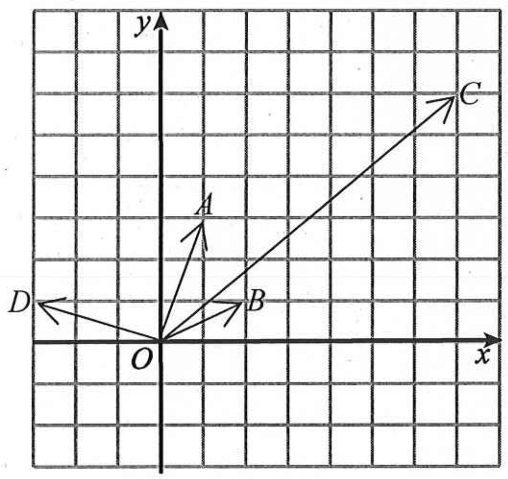
1.	2.	3.
125	145	25

二、填充題：(每題 7 分，共 70 分)

1.	2.	~~3.~~ 5
$\frac{13}{2}$	$(24，-27)$	$\frac{16}{3}$
~~4.~~ 3	~~5.~~ 4	~~6.~~ 7
6	$\overrightarrow{u}=(8，4)$(4 分)， $\overrightarrow{v}=(-2，4)$(3 分)	$3\sqrt{2}$
~~7.~~ 8	~~8.~~ 6	9.
$\frac{3}{10}$	$(-1，-\frac{1}{6})$	$\sqrt{19}-1$

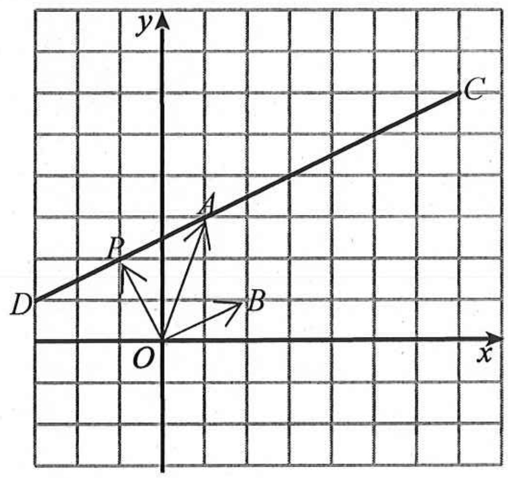
三、計算題：(共 13 分)

1.(1)共 4 分，每畫對一個向量給 1 分



方格(A)

1.(2)畫出直線 *CD* 給 3 分



方格(B)

1.(3)

①方格(B)中畫出$\overrightarrow{OP}$給 2 分。

②由圖可知，當$\overrightarrow{OP}\perp\overrightarrow{OB}$時，$|\overrightarrow{OP}|$有最小值，**(2 分)**

此時$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OB}=0\Rightarrow(1+2t,3+t)\cdot(2,1)=0\Rightarrow 2(1+2t)+(3+t)=0\Rightarrow t=-1$

$\Rightarrow t_0=-1$ **(2 分)**

{②另法: $|\overrightarrow{OP}|=|(2t+1,t+3)|=\sqrt{(2t+1)^2+(t+3)^2}=\sqrt{5t^2+10t+10}$ **(2 分)**

$=\sqrt{5(t+1)^2+5}$，所以當$t_0=-1$時，$|\overrightarrow{OP}|$有最小值。**(2 分)**}