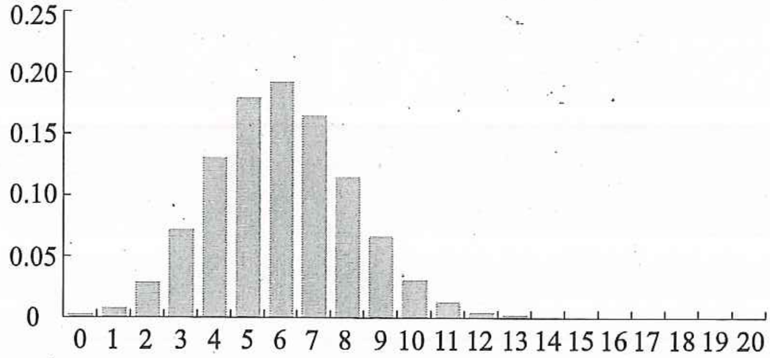
316-320

桃園市立武陵高級中學 109 學年度第一學期 高三數學科(社會組) 期末考

範圍：選修數學乙(上)第 1-4~1-5 節　班級：_____　座號：_____　姓名：___________

一、多重選擇題 (每題 9 分，錯一個選項得 6 分，錯兩個選項得 3 分，錯三個以上不給分)

1. (　　　) 隨機變數 X 是一個參數為 $(20,0.3)$ 的二項分布 (即重複做成功機率為 0.3 的伯努利試驗 20 次，20 次中成功的次數為 X)，其機率分布圖如下：



請選出正確的選項：

(1) X 的期望值為 6　(2) X 的標準差大於 4　(3) $X=6$ 時的機率最大
(4) $P(X=8)>P(X=10)$　(5) $P(X\geq 7)>P(X\leq 5)$。

2. (　　　) 丟擲一公正骰子六次，已知骰子上有紅色點數 (1、4)與黑色點數(2、3、5、6)，在每次投擲的結果都是獨立的情形下，請選出正確的選項。

(1) 前兩次出現紅色，後四次出現黑色的機率為 $\dfrac{80}{243}$

(2) 出現兩次紅色四次黑色的機率為 $\dfrac{80}{243}$

(3) 恰在第六次出現第三次紅色的機率為 $\dfrac{160}{729}$

(4) 若擲出紅色點數給 15 元，擲出黑色點數給 30 元，則投完能拿到 135 元的機率為 $\dfrac{160}{729}$

(5) 若擲出紅色點數給 15 元，擲出黑色點數給 30 元，則投擲六次的獎金期望值為 150 元。

3. (　　　) 某廠商委託民調機構在甲地調查聽過該品牌洗衣粉的居民占當地居民之百分比(以下簡稱為「知名度」)。結果在 95%信心水準之下，該品牌洗衣粉在甲地的知名度之信賴區間為[0.608，0.672]。試問此次民調中，下列哪些選項是正確的？

(1) 此次調查結果可解讀為：甲地全體居民中恰有 64%的人聽過該產品
(2) 此次抽樣誤差為3.2 個百分點
(3) 若在甲地再實施一次民調，所得信賴區間仍為[0.608，0.672]
(4) 真正的知名度有 95%的機會在區間[0.608，0.672]中
(5) 若以同樣方式在甲地進行多次民調，所得區間中約有 95%會包含真正的知名度。

二、填充題 (每個空格 7 分，共 63 分)，分數答案皆化成最簡分數

1. 假設小叡如從家裡到學校所花的時間滿足常態分配，平均數為 50 分鐘、標準差為 x 分鐘。如果小叡早上 7 點鐘從家裡出發，到校時間介於 7 點 30 分與 8 點 10 分之間的機率為 95%，則 $x=$＿＿＿＿＿＿。

2. 擲一公正的硬幣 8 次；已知擲出正面的次數小於或等於 4 次，則第一次與第二次都擲出正面的機率為＿＿＿＿＿＿。

3. 日前，某牛肉麵店遭人質疑指控：「使用牛肉來源不乾淨…。」這使得店內生意受到相當的影響。店家除了提出牛肉來源的證明，也請民調公司進行抽樣調查對該店牛肉麵的支持度。經過隨機抽樣訪問調查後所做的統計報告是：顧客對該家店的支持度在68%的信心水準下的信賴區間為$[0.352,\ x]$；而在95%的信心水準下的信賴區間為$[y,\ 0.376]$。其中的x與y為數據不清楚處。請根據以上資料解讀，請問這次抽樣調查的支持度為＿＿＿＿＿＿。

4. 承上題，該次抽樣調查的顧客樣本數有＿＿＿＿＿＿人。

背面有題

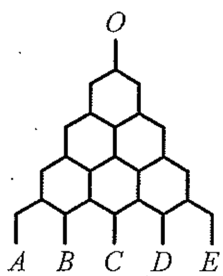
5. 甲乙兩人比賽桌球，甲每局獲勝的機率為$\frac{2}{3}$，且各局比賽的結果互不影響，今兩人比賽採5賽3勝制(先贏滿3局者獲勝)，輸者付勝者81元。現在比賽1局後甲獲勝，如果因故不再比賽，兩人應付對方金額在兩相抵銷後，乙應付給甲＿＿＿＿元才公平。

6. 某居選舉執政黨獲得 45 %的選票，現在黨部為了瞭解選民對執政黨的支持率做了一個調查，希望在 95 %信心水準下，支持率的信賴區間能夠包含 45 %。若隨機電話訪問 100 位民眾，則其中回答繼續支持執政黨者至少需要＿＿＿＿位。(請利用下表)

支持率 $\hat{p}$	0.34	0.35	0.36	0.37	0.38
$2\sqrt{\frac{\hat{p}(0-\hat{p})}{100}}$	0.0947	0.0954	0.0960	0.0966	0.0971

7. 袋中有 3 個一樣大小的球，分別標示 10 分，20 分和 30 分。重複自袋中每次抽出一球，記錄分數後放回。求抽 3 次後總分超過 60 分的機率為＿＿＿＿。

8. 夜市的彈珠檯遊戲如下圖，若每次彈珠均由入口 O 進入，由 $ABCDE$ 五個出口掉出，已知彈珠在各分支處選擇前進方向的機率相等。若每局遊戲可丟80顆彈珠，一次丟一顆使彈珠與彈珠間互相不影響，80顆丟完後若有 X 顆彈珠由出口 C 掉出，則可得 X 元獎金；若重複此遊戲多局之後，所得獎金 X 的平均數為 μ ，標準差為 σ ，則數對$(\mu,\sigma)=$＿＿＿＿。



9. 利用所附的亂數表及下列指定查表方式，以 0，1，2，3，4 代表硬幣正面；5，6，7，8，9 代表硬幣反面，來模擬擲一枚正面出現機率。今隨機指定某位同學在亂數表中，從第 5 列第 16 行開始，向右取樣 20 次，由所得數據估計該硬幣出現正面的機率。則該同學計算銅板出現正面的機率在 95%信心水準下的信賴區間的寬度為 $\frac{b}{a}\sqrt{30}$，則數對 $(a,\ b)$ 為＿＿＿＿＿＿＿＿。

亂　數　表

1	29280	39655	18902	92531	90374	07109	26627	59587	84340	98351
2	20123	82082	55477	22059	43168	12903	13436	25523	21090	73449
3	66405	35287	33248	67657	07702	01474	66068	01125	59258	30138
4	97299	83419	13069	17826	76984	48906	10567	17829	00723	46700
5	83923	92076	98880	33942	46841	58731	36513	16681	88722	61984
6	11258	92175	94894	97606	11134	51941	43733	00514	06694	27706
7	08522	48468	60789	47178	85587	78410	67050	41286	16545	22061
8	02114	89744	10115	39603	61089	79392	38945	77699	59054	07742
9	24580	05775	54677	04171	97815	35557	92626	29756	35289	97756
10	23937	25079	12306	23125	50842	51015	57436	71349	79397	06095

三、計算證明題 (無計算證明過程不予計分，共 10 分)

1. 在參數是 (n,p) 的二項分布中（即重複做成功機率為 p 的伯努利試驗 n 次），若以隨機變數 X 表示成功的次數，則試證：X 的期望值 $E(X)=np$。

背面有題

316-320

桃園市立武陵高級中學 109 學年度第一學期 高三數學科(社會組) 期末考

範圍：選修數學乙(上)第 1-4~1-5 節　班級：_____　座號：____　姓名：___________

一、多重選擇題(每題 9 分，錯一個選項得 6 分，錯兩個選項得 3 分，錯三個以上得 0 分)

1	2	3
(1)(3)(4)	(2)(4)(5)	(2)(5)

二、填充題(每個空格 7 分，共 63 分)

※分數答案皆化成最簡分數

1	2	3	4	5
10	$\frac{22}{163}$	0.36	3600	63
6	7	8	9	
36	$\frac{10}{27}$	$(30,\frac{5\sqrt{3}}{2})$	$(25, 2)$	

三、計算證明題 (無計算證明過程不予計分，共 10 分)

1

在參數是(n,p)的二項分布中（即重複做成功機率為 p 的伯努利試驗 n 次），若以隨機變數X表示成功的次數，則試證：X的期望值$E(X)=np$。

【證明】

在一伯努利試驗中成功的機率為p（$0\le p\le 1$），重複此試驗n次，n次中成功的次數X與其機率分別為

X	0	1	…	k	…	n
P	$C_0^n p^0(1-p)^n$	$C_1^n p^1(1-p)^{n-1}$	…	$C_k^n p^k(1-p)^{n-k}$	…	$C_n^n p^n(1-p)^0$

根據上表，可計算出n次試驗中成功次數的期望值$E(X)$為

$$E(X)=\sum_{k=0}^{n}kC_k^n p^k(1-p)^{n-k}=\sum_{k=1}^{n}k\frac{n!}{k!(n-k)!}p^k(1-p)^{n-k}=np\sum_{k=1}^{n}\frac{(n-1)!}{(k-1)!(n-k)!}p^{k-1}(1-p)^{n-k}$$

$$=np\sum_{k=1}^{n}\frac{(n-1)!}{(k-1)!\left[(n-1)-(k-1)\right]!}p^{k-1}(1-p)^{(n-1)-(k-1)}=np\sum_{k=1}^{n}C_{k-1}^{n-1}p^{k-1}(1-p)^{(n-1)-(k-1)}$$

$$=np\left(p+(1-p)\right)^{n-1}=np$$ 。

桃園市立武陵高級中學 109 學年度第一學期 高三數學科(社會組) 期末考

範圍：選修數學乙(上)第 1-4~1-5 節　班級：_____　座號：_____　姓名：__________

一、多重選擇題(每題 9 分，錯一個選項得 6 分，錯兩個選項得 3 分，錯三個以上得 0 分)

1	2	3

二、填充題(每個空格 7 分，共 63 分)

※分數答案皆化成最簡分數

1	2	3	4	5
6	7	8	9	

三、計算證明題 (無計算證明過程不予計分，共 10 分)

1
在參數是(n,p)的二項分布中（即重複做成功機率為 p 的伯努利試驗 n 次），若以隨機變數X表示成功的次數，則試證：X的期望值$E(X)=np$。 【證明】