

武陵高中 109 學年度上學期高一數學科第二次期中考題目卷(102-120)

範圍：數學 1. 單元 6 ~ 單元 9(至課本 P.157)

一、多選題(1 題 8 分，共 24 分，每題錯一個選項得 5 分，錯二個選項得 2 分，錯三個以上選項得 0 分)

1. 設 a, b 為正實數，直線 L 的方程式為 $bx + ay = 1$ ，下列敘述何者正確？

(A) 直線 L 的 x 截距為 a (B) 直線 L 的 y 截距為 b (C) 直線 L 的斜率是 $\frac{b}{a}$

(D) 直線不通過第三象限 (E) 點 (a, b) 與原點在直線的同側

2. 設實數 a, b, r_1, r_2 皆不為零，已知兩多項式 $f_1(x), f_2(x)$ 除以 $(ax + b)$ 的商式分別為

$Q_1(x), Q_2(x)$ ，其餘式分別為 r_1, r_2 。試選出正確的選項：

(A) $2f_1(x)$ 除以 $(ax + b)$ 的商式為 $2Q_1(x)$ ，餘式為 $2r_1$

(B) $f_1(x)$ 除以 $2(ax + b)$ 的商式為 $\frac{1}{2}Q_1(x)$ ，餘式為 $\frac{1}{2}r_1$

(C) $xf_1(x)$ 除以 $(ax + b)$ 的商式為 $xQ_1(x)$ ，餘式為 xr_1

(D) $f_1(x) + f_2(x)$ 除以 $(ax + b)$ 的餘式為 $r_1 + r_2$

(E) $f_1(x) \cdot f_2(x)$ 除以 $(ax + b)$ 的餘式為 $r_1 \cdot r_2$

3. 設多項式 $f(x) = 27x^3 + 45x^2 - 24x + 4 = a(3x - 1)^3 + b(3x - 1)^2 + c(3x - 1) + d$ ，則下列選項哪些正確？

(A) $f(x)$ 除以 $(x - \frac{1}{3})^3$ 的商式為 a (B) $f(x)$ 除以 $(x - \frac{1}{3})^3$ 的餘式為 $b(3x - 1)^2 + c(3x - 1) + d$

(C) $d - c + b - a = 4$

(D) $a + b - c - d = 82$

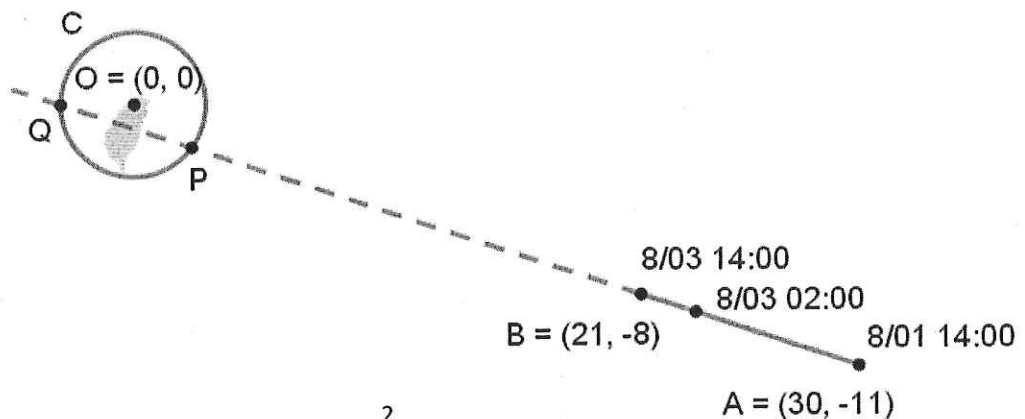
(E) $f(0.33)$ 之值以小數表示，則小數點後第 4 位數字為 8

二、填充題(1 格 7 分，共 56 分)

1. 若兩直線 $y = x + 2k$ 與 $y = 2x + k + 1$ 的交點 P 在圓 $x^2 + y^2 = 10k^2 + 4$ 的內部，則實數

k 的範圍是_____

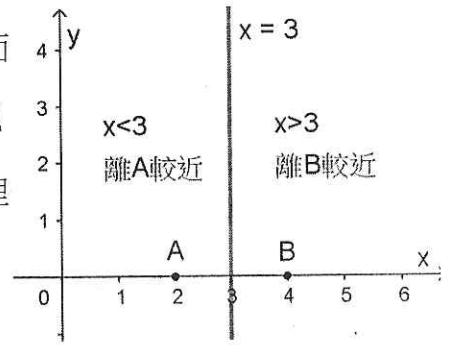
2. 已知圓 $C: x^2 + y^2 + a = 0$ 與直線 $L: x + y = a$ 不相交，則實數 a 的範圍為_____。
3. 已知多項式 $f(x)$ 除以 $(x^2 + 1)$ 得商式為 $x^2 + 1$ ，餘式為 $x^2 - x + 1$ ，求 $(x+1) \times f(x)$ 除以 $x^2 + 1$ 的商式為_____。
4. 求和直線 $3x - 2y + 4 = 0$ 垂直且與圓 $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$ 相切的切線方程式為_____。
5. 在坐標平面上，設動點 $P(x, y)$ 在圓 $C: x^2 + y^2 - 12x - 8y + 12 = 0$ 上，且 O 為原點，
- (1) 試求 $(x - 14)^2 + y^2$ 的最小值為_____。
- (2) 自點 $A(14, 0)$ 對圓 C 作切線，求切線方程式為_____。
6. 某生根據氣象局的資料將 2015 年的蘇迪勒颱風在坐標平面上繪出颱風路徑，如下圖：
- 在 8 月 1 號下午兩點蘇迪勒升格為颱風，此時颱風中心位置在點 $A(30, -11)$ 處，以等速度直線前進，48 小時後的颱風中心位置在點 $B(21, -8)$ 處。假設颱風行進的方向不變且持續等速度直線前進。
- (1) 已知中國國家氣象中心在 8 月 3 日凌晨 2 點將其升格為強颱風，求此時颱風中心位置的坐標為_____。
- (2) 已知桃園市的位置在原點 $O(0, 0)$ 處，蘇迪勒颱風的暴風半徑為 3 單位。以 $O(0, 0)$ 為圓心，3 為半徑畫一圓 $C: x^2 + y^2 = 9$ ，當颱風中心位置在圓 C 內時，代表桃園市與颱風中心的距離小於暴風半徑，即桃園市被籠罩在暴風圈內。假設颱風中心行進至 P 點時，桃園市開始進入暴風圈內，待颱風中心行進至 Q 點時才脫離暴風圈，求 P, Q 兩點的距離為_____。



三、計算題(1 小題 5 分，共 20 分)(請詳列計算過程，否則不予計分)

1. 以點 $A(2,0)$ 及點 $B(4,0)$ 為例，我們知道在坐標平面上所有滿足 $\overline{PA} = \overline{PB}$

的點所形成的圖形為 \overline{AB} 的中垂線 $x=3$ ，此中垂線將平面分成左半平面(以 $x < 3$ 表示)及右半平面(以 $x > 3$ 表示)，如右圖。我們可以從圖上直觀得知在左半平面上的所有點 P 都離 A 較近，即點 P 滿足 $\overline{PA} < \overline{PB}$ ；同理，右半平面上的所有點 P 都離 B 較近，即點 P 滿足 $\overline{PA} > \overline{PB}$ 。



請回答下面問題：

設 C 為坐標平面上的圓，其圓心 M 在第一象限內，半徑為 $r (r > 0)$ 。已知點 $O(0,0)$ 在圓 C 的內部，點 $P(10,0)$ 及點 $Q(2,6)$ 皆在圓 C 的外部。

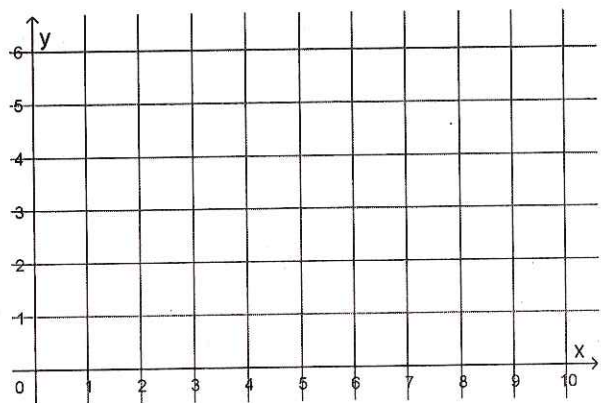
(1) 因 O 在圓 C 內，得 $\overline{MO} < r$ ；又 P 在圓 C 外，得 $\overline{MP} > r$ 。可知 $\overline{MO} < \overline{MP}$ ，請寫出所有滿足 $\overline{MO} < \overline{MP}$ 的點 $M(x,y)$ 恰好滿足的 ~~二元~~二元一次不等式為何？

(2) 因 O 在圓 C 內，得 $\overline{MO} < r$ ；又 Q 在圓 C 外，得 $\overline{MQ} > r$ 。可知 $\overline{MO} < \overline{MQ}$ ，請寫出所有滿足 $\overline{MO} < \overline{MQ}$ 的點 $M(x,y)$ 恰好滿足的二元一次不等式為何？

(3) 承(1)(2)，在坐標平面中畫出所有可能的點 M 所形成的解區域圖形。

(請標出所有的頂點，注意邊界是實線還是虛線，別忘記點 M 在第一象限內)

(4) 若點 $M(x,y)$ 為格子點(即 x,y 皆為整數)，這樣的圓心 $M(x,y)$ 有幾種不同的可能。



武陵高中 109 學年度上學期高一數學科第二次期中考答案卷(102-120)

範圍：數學 1. 單元 6 ~ 單元 9(至課本 P.157)

一、多選題(1 題 8 分，共 24 分，每題錯一個選項得 5 分，錯二個選項得 2 分，錯三個以上選項得 0 分)

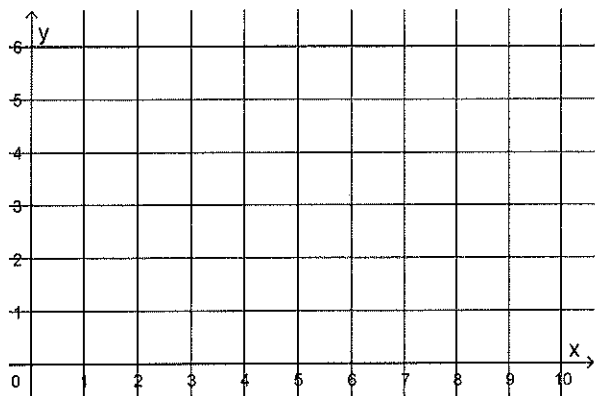
1.	2.	3.
----	----	----

二、填充題(1 格 7 分，共 56 分)

1.	2.	3.	4.
5.(1)	5.(2)	6.(1)	6.(2)

三、計算題(1 小題 5 分，共 20 分)(請詳列計算過程，否則不予計分)

1.



武陵高中 109 學年度上學期高一數學科第二次期中考答案(102-120)

範圍：數學 1. 單元 6 ~ 單元 9(至課本 P.157)

一、多選題(1 題 8 分，共 24 分，每題錯一個選項得 5 分，錯二個選項得 2 分，錯三個以上選項得 0 分)

1. D	2. ADE	3. BC
------	--------	-------

二、填充題(1 格 7 分，共 56 分)

1. $k > \frac{-1}{4}$	2. $a < -2$	3. $x^{10} + x^9 + 2x + 1$	4. $2x + 3y - 2 \pm 2\sqrt{13} = 0$
5.(1) $120 - 80\sqrt{2}$	5.(2) $3x + y = 42$ $x - 3y = 14$	6.(1) $(\frac{93}{4}, \frac{-35}{4})$	6.(2) $9\sqrt{10}/5$

三、計算題(1 小題 5 分，共 20 分)(請詳列計算過程，否則不予計分)

1.

(1) $x < 5$

(2) $x + 3y - 10 < 0$

(3) 如圖

(4) 如圖 7 種