

201-202, 204-218, 220

市立武陵高中 109 學年度 第一學期 二年級數學科第二次期中考試題卷

範圍：龍騰版(單元 5~7, 指數與對數) 班級： 姓名： 座號：

(■參考數值:  $\log 2 \approx 0.3010$ ,  $\log 3 \approx 0.4771$ ,  $\log 7 \approx 0.8451$ )

一、多選題 (共 3 題, 每題全對得 8 分, 只錯一選項得 5 分, 錯兩選項得 2 分, 其他不給分)

1. 已知  $f(x) = \log(9x+1)$  與  $y=x$  的圖形交於原點與  $(1, 1)$ , 試觀察  $y=f(x)$  與  $y=x$  的圖形, 試判斷下列何者正確?

- (A)  $f(-0.1) > -0.1$
- (B)  $f(0.33) > 0.33$
- (C)  $f(1.19) > 1.19$
- (D) 若  $f(x)$  有定義, 則  $f(x) < x+1$  必成立
- (E)  $y=f(x)$  和鉛直線  $x=-0.2$  有交點

2. 選出下列正確的選項。

- (A)  $\log_{\sqrt{3}} \sqrt[4]{24} < \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{5} < \log_9 26$
- (B)  $\log_2 0.6 < \log_3 0.6 < \log_{0.2} 0.6 < \log_{0.3} 0.6$
- (C)  $\log_{0.2} 6 < \log_{0.3} 6 < \log_3 6 < \log_2 6$
- (D)  $\sqrt[6]{\frac{1}{7}} < \sqrt[4]{\frac{1}{5}} < \sqrt[3]{\frac{1}{4}}$
- (E)  $\left(\frac{1}{7}\right)^{-0.7} < \left(\frac{1}{5}\right)^{-0.7} < \left(\frac{1}{4}\right)^{-0.7}$

3. 自然常數  $e = 2.718\dots$  為一個定值。已知  $a = e^{\frac{1}{e}}$ , 且  $y = a^x$  與  $y = \log_a x$  的函數圖形, 恰有一個交點。試從下列選項中, 選出正確的選項:

- (A)  $0 < a < 1$
- (B)  $(e, e)$  為其交點
- (C) 對於任意實數  $x > 0$ , 不等式  $a^x \geq \log_a x$  一定恆成立
- (D)  $y = a^x$  與  $y = \log_3 x$  會有兩個交點
- (E) 當  $b > e^{\frac{1}{e}}$  時,  $y = b^x$  與  $y = \log_b x$  有可能不只有一個交點

二、填充題 (共 9 題, 54 分, 得分視答對總題數如配分表)

答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9
得分	8	16	24	30	36	42	46	50	54

1. 設  $\log 100x = -6.2115$ , 則  $x$  從小數點後第  $m$  位開始出現不為 0 的數字, 此數字為  $n$ , 求數對  $(m, n) =$  \_\_\_\_\_

2.  $(\log_5 \sqrt{3} + \log_{\frac{1}{25}} \frac{1}{3})(\log_9 25 + \log_3 25 - \log_{27} 0.2) =$  \_\_\_\_\_

3. 試求函數  $y = 2 \cdot 4^{x+1}$  與  $y = 17 \cdot 2^x - 2$  之圖形在第二象限的交點坐標 \_\_\_\_\_

4. 解不等式  $(\log_{12} 11)^{-x^2+3x} > 1$ , 得  $x$  範圍為? \_\_\_\_\_

5. 解不等式  $\log_{\frac{1}{7}} (2x-1)^2 > 2 \log_{\frac{1}{7}} (4-x)$ , 得  $x$  範圍為? \_\_\_\_\_

6. 在坐標平面上, 將函數  $y = f(x) = 9^x$  的圖形沿著  $x$  軸向左平移 2 單位後, 得到第二個函數  $y = g(x)$  的圖形, 再將函數  $y = g(x)$  的圖形對稱  $x$  軸, 得到第三個函數  $y = h(x)$  的圖形, 現有鉛直線  $x = k$  與  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$ ,  $y = h(x)$  的圖形分別交於  $A, B, C$  三點且  $\overline{AB} = 240$ , 試求  $\overline{AC} =$  \_\_\_\_\_

7. 根據牛頓冷卻定律，物體的溫度變化，可以以數學公式

$$f(t) = E + (f(0) - E) \times 10^{-kt}$$

描述，其中  $f(t)$  是物體在  $t$  分鐘時的溫度； $f(0)$  則是物體起始 ( $t = 0$ ) 時的溫度， $E$  是環境溫度 (單位： $^{\circ}\text{C}$ )， $k$  是一常數。

小明在氣溫  $20^{\circ}\text{C}$  的早晨醒來，沖泡一杯  $90^{\circ}\text{C}$  的 60ml 義式濃縮咖啡，靜置 10 分鐘以後，溫度恰好降為最能享受咖啡風味的  $55^{\circ}\text{C}$ 。試問常數  $k$  的值為多少？(四捨五入取到小數點後第二位) \_\_\_\_\_

8. 設  $n$  為正整數，使得  $108 \cdot \log_n 144$  為整數的  $n$  有幾個？ \_\_\_\_\_

9. 假設  $f(x) = \left| \log \frac{(x-k)}{3} \right|$ ，其中  $k$  為實數。若坐標平面上  $P, Q$  兩點的坐標分別為

$(1, f(1)), (3, f(3))$ ，試問當  $k$  為多少時，直線  $\overline{PQ}$  的斜率會最大。 \_\_\_\_\_

### 三、混合題 (共 1 題，13 分)

令函數  $y = \log_a(x+2)$  的圖形為  $\Gamma_1$ ，函數  $y = 3^x + b$  的圖形為  $\Gamma_2$ ，

若  $\Gamma_1$  與  $\Gamma_2$  對稱於直線  $y = x$ ，且  $\Gamma_1$  通過  $(c, 0)$ ，且  $\Gamma_2$  通過  $(2, d)$ ，

(1) 則下列選項何者正確？ \_\_\_\_\_ (多選題，4 分，只錯一選項得 2 分，錯兩選項得 0 分，其他不給分)

(A)  $a = 3$

(B)  $b = 2$

(C)  $c = -2$

(D)  $d = 7$

(2) 又直線  $x + y + 2 = 0$  與  $\Gamma_1$  與  $\Gamma_2$  分別交於  $A, B$  兩點，則線段  $\overline{AB}$  的中點坐標為何？ \_\_\_\_\_

(請在坐標平面上畫出右列各個函數的圖形， $\Gamma_1, \Gamma_2$ ，及其漸近線，直線  $y = x$ ，直線  $x + y + 2 = 0$ ，並寫出推論的過程) (9 分)

四、計算題 (共 1 題, 9 分, 請詳列計算過程, 否則予以扣分)

設  $A(-1, 8)$ ,  $B(2, -1)$ , 若  $P(x, y)$  在直線  $\overline{AB}$  上移動, 則

(1)  $8^x + 2^y + 6$  之最小值是多少? \_\_\_\_\_ (6 分)

(2) 承(1), 此時  $P$  點為何? \_\_\_\_\_ (3 分)

201-202, 204-218. >>>

# 市立武陵高中 109 學年度 第一學期 二年級數學科第二次期中考答案卷

範圍：龍騰版(單元5~7, 指數與對數) 班級： 姓名： 座號：

一、多選題 (共3題, 每題全對得8分, 只錯一選項得5分, 錯兩選項得2分, 其他不給分)

1		2		3	
---	--	---	--	---	--

二、填充題 (共9題, 54分, 得分視答對總題數如配分表)

答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9
得分	8	16	24	30	36	42	46	50	54

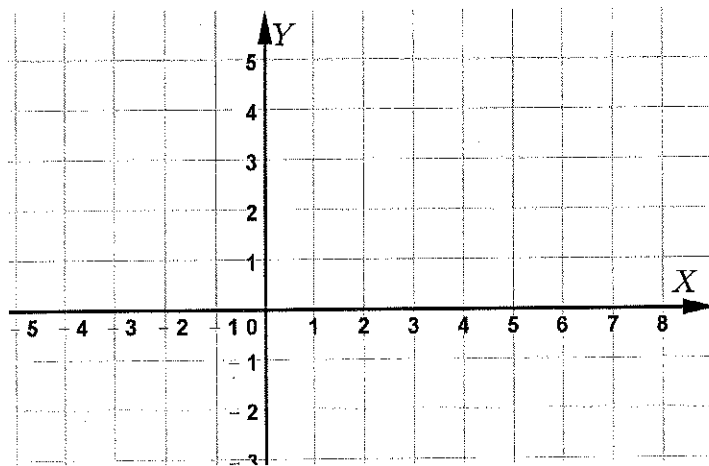
1		2		3		4		5	
6		7		8		9			

三、混合題 (13分)

四、計算題 (9分, 請詳列計算過程, 否則予以扣分)

(1) \_\_\_\_\_ (4分)

(2) 畫函數圖並寫出推論(9分)



>01-202, >04-218, >20

市立武陵高中 109 學年度 第一學期 二年級數學科第二次期中考答案卷

範圍：龍騰版(單元 5~7, 指數與對數) 班級： 姓名： 座號：

一、多選題 (共 3 題, 每題全對得 8 分, 只錯一選項得 5 分, 錯兩選項得 2 分, 其他不給分)

1	BD	2	AB	3	BC
---	----	---	----	---	----

二、填充題 (共 9 題, 54 分, 得分視答對總題數如配分表)

答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9
得分	8	16	24	30	36	42	46	50	54

1	(9, 6)	2	10/3	3	(-3, 1/8)	4	x < 0 或 x > 3	5	-3 < x < 5/3 但 x ≠ 1/2
6	246	7	0.03	8	16	9	-2		

三、混合題 (13 分)

(1) AD (4 分)

(只錯一選項得 2 分, 錯兩選項得 0 分, 其他不給分)

(2)

四、計算題 (9 分, 請詳列計算過程, 否則予以扣分)

(1)  $\because \overline{AB}: y+1 = -3(x-2), \therefore y = -3x+5$  (1 分)

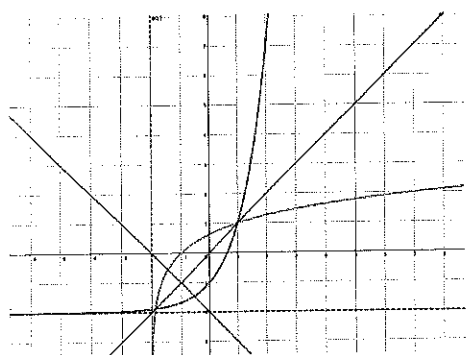
$\therefore 8^x + 2^y + 6 = 8^x + 2^{-3x+5} + 6$  (1 分)

$= 8^x + 32 \cdot 8^{-x} + 6 \geq 2 \cdot \sqrt{8^x \cdot 32 \cdot 8^{-x}} + 6 = 8\sqrt{2} + 6$

(4 分)

(2) 等號成立時為  $8^x = \frac{32}{8^x} \therefore 8^x = 2^{\frac{5}{2}}$ , (1 分)

所以  $P(x, y) = \left(\frac{5}{6}, \frac{5}{2}\right)$ 。(2 分)



一個圖形 1 分, (共 6 分)

因為  $y = \log_3(x+2)$  與  $y = 3^x - 2$  的圖形對稱於直線  $y = x$ ,

且直線  $y = x$  與直線  $x + y + 2 = 0$  垂直, (1 分)

又交點坐標為  $(-1, -1)$ , (1 分)

所以線段  $\overline{AB}$  的中點坐標  $(-1, -1)$ 。(1 分)