

武陵高中 109 學年度第一學期高一數學科第一次段考試題

一、多選題(每題 10 分，共 30 分，每題每選項答錯扣 3 分，10 分扣完為止)

1、( )下列選項敘述正確的有?

- (A) 在數線上與  $\sqrt{8}$  距離小於 5 的整數點有 5 個 ( $\sqrt{8} \approx 2.828$ )  
 (B) 若  $|x-5| \leq 10$ ， $x$  所代表的閉區間長度為 10  
 (C) 若  $|-2x-5| \leq 10$ ， $x$  所代表的閉區間長度為 10  
 (D) 若  $|x+1| \geq 2$  且  $|x-5| \leq 10$ ， $x$  有最小值為 -5  
 (E) 若  $|x+1| \leq 2$  且  $|x-5| \geq 10$ ， $x$  有最小值為 -5。

2、( )下列選項敘述正確的有?

- (A)  $\sqrt{4+2\sqrt{3}} - \sqrt{4-2\sqrt{3}}$  是有理數  
 (B)  $\overline{3.14199}$  是有理數  
 (C)  $5\sqrt{14}$  的整數部分是 15  
 (D) 已知  $a, b$  是實數，且  $a+b\sqrt{2}=0$ ，則  $a=b=0$   
 (E) 已知  $a$  是實數，則  $\sqrt{a^2}=a$ 。

3、( )已知  $x$  為實數，下列選項敘述正確的有?

- (A)  $3^{-x}$  恆大於 0  
 (B)  $3^{-x} + 3^x$  恆大於或等於 3  
 (C) 若  $x \neq 0$ ，則  $3^{-x} + 3^x > 2$   
 (D) 方程式  $3^{-x} + 3^x = 1$  無實數解  
 (E) 若  $3^{-x} + 3^x = 3$ ，則  $3^{-2x} + 3^{2x} = 9$ 。

二、填充題(每格 6 分，共 8 格，共 48 分，無部份給分)

1、設  $A(-25)$ 、 $B(9)$  為數線上兩點。已知  $\overline{AB}$  外一點  $R$  滿足  $\overline{AR}:\overline{BR}=8:5$ ，  
求  $R$  的坐標=\_\_\_\_\_。

2、若  $109^3 - 3 \times 109^2 \times 119 + 3 \times 109 \times 119^2 - 119^3 = a^3$ ，則實數  $a =$ \_\_\_\_\_。

3、化簡  $\frac{1}{1 + \sqrt{1 + \frac{1}{3}}} + \frac{1}{1 - \sqrt{1 - \frac{1}{3}}} =$ \_\_\_\_\_。

4、解不等式  $1 \leq |x - 7| < 5$ 。答：\_\_\_\_\_。

5、化簡  $3^{-1.5} \times \sqrt[3]{27^2} \times \sqrt{0.4^5} \div \sqrt[6]{20} =$  \_\_\_\_\_。

6、設  $x$  為實數，且  $2|x+1| - |x-2| = 8$ ，則  $x$  的所有解為 \_\_\_\_\_。

7、在某個生物實驗中，細菌數每隔 1 日，細菌數會增為  $a$  倍。已知原有細菌數為  $x_0$  個，隔了 5 日後的細菌數約為 270 個，再隔了 6 日後的細菌數約為 2430 個，那麼從原有  $x_0$  個變約為 65610 個需經過幾日？\_\_\_\_\_。  
(取最接近整數)

8、已知  $\log N = -3.6990$ ，欲估算  $N$ ，可利用  $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ，方式如下：

$$\log N = -3.6990$$

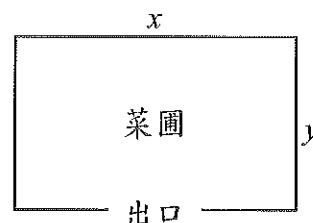
$$N = 10^{-3.6990} = 10^{-4+0.3010} = 10^{0.3010} \times 10^{-4} \approx 2 \times 10^{-4} = 0.0002$$

今  $\log x = -0.5229$ ， $\log y = 1.4771$ ，請估算  $x+y =$  \_\_\_\_\_。

三、計算題 (共 16 分，須清楚條列算式，否則不予計分)

1、利用十分逼近法求  $\sqrt{17}$  的近似值，並依無條件捨去法求至小數點後第 2 位(6 分)。

2、用圍籬圍一個矩形菜園，如圖所示實線部分為圍籬，且某一邊必須留一 2 公尺長度的出口，出口不須圍圍籬。已知圍籬的總長為 38 公尺，利用算幾不等式求此菜園的最大面積為多少平方公尺(6 分)? 又此時的長  $x$ 、寬  $y$  分別為多少(公尺)(各 2 分)? (未利用算幾不等式不予計分)



四、簡答題(共 6 分)

1、早在 1979 年  $M_{23209} = 2^{23209} - 1$  被發現是梅森質數。今熊貓同學以四捨五入到小數點後第 4 位的方式求得  $\log 2$  近似值為 0.3010，並加以估算

$M_{23209} = 2^{23209} - 1$  的位數，方式如下

$$\begin{aligned} 2^{23209} &= (10^{\log 2})^{23209} = 10^{23209 \times \log 2} \approx 10^{23209 \times 0.3010} \\ &= 10^{6985.909} = 10^{6985+0.909} \approx 8.109 \times 10^{6985} \end{aligned}$$

估出梅森質數  $M_{23209} = 2^{23209} - 1$  為 6986 位數，但經查證  $M_{23209} = 2^{23209} - 1$  實際上是 6987 位數，與他估出的差距 1 位數。

另一位同學表示：以四捨五入到小數點後第 4 位的方式只能說明

$$0.30095 \leq \log 2 < 0.30105 \quad \text{又}$$

$$23209 \times (0.30105 - 0.30095) = 23209 \times 0.0001 = 2.3209$$

因此可能產生個位數的誤差值

分析完上述意見後，說明要如何修正算法及理由。

武陵高中 109 學年度第一學期高一數學科第一次段考試題答案卷

班級\_\_\_\_\_座號\_\_\_\_\_姓名\_\_\_\_\_

一、多選題(每題 10 分，共 30 分，每題每選項答錯扣 3 分，10 分扣完為止)

|    |    |    |     |
|----|----|----|-----|
| 題號 | 1  | 2  | 3   |
| 答案 | CD | AB | ACD |

二、填充題(每格 6 分，共 8 格，共 48 分，無部份給分)

|    |                       |         |                      |                                     |
|----|-----------------------|---------|----------------------|-------------------------------------|
| 題號 | 1                     | 2       | 3                    | 4                                   |
| 答案 | 197/3                 | -10     | $\sqrt{6}+2\sqrt{3}$ | $2 < x \leq 6$ 或<br>$8 \leq x < 12$ |
| 題號 | 5                     | 6       | 7                    | 8                                   |
| 答案 | $\frac{\sqrt{6}}{30}$ | -12 或 4 | 20                   | $\geq 0.3$                          |

三、計算題 (共 16 分，須清楚條列算式，否則不予計分)

1、利用十分逼近法求  $\sqrt{17}$  的近似值，並依無條件捨去法求至小數點後第 2 位(6 分)。

$$4^2 < 17 < 5^2 \Rightarrow 4 < \sqrt{17} < 5 \quad (1分)$$

$$4.1^2 = 16.81$$

$$4.2^2 = 17.64$$

$$\Rightarrow 4.1 < \sqrt{17} < 4.2 \quad (2分)$$

$$4.11^2 = 16.8921$$

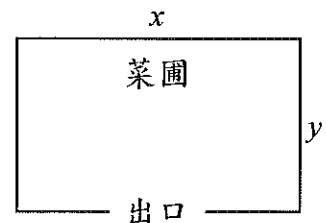
$$4.12^2 = 16.9744$$

$$4.13^2 = 17.0569$$

$$\Rightarrow 4.12 < \sqrt{17} < 4.13$$

$$\Rightarrow \sqrt{17} \approx 4.12 \quad (3分)$$

2、用圍籬圍一個矩形菜圃，如圖所示實線部分為圍籬，且某一邊必須留一 2 公尺長度的出口，出口不須圍圍籬。已知圍籬的總長為 38 公尺，利用算幾不等式求此菜圃的最大面積為多少平方公尺(6 分)? 又此時的長  $x$ 、寬  $y$  分別為多少(公尺)(各 2 分)? (未利用算幾不等式不予計分)



$$x+x-2+2y=38, \text{ 求 } xy \text{ 的最大值}$$

$$x+y=20 \quad (2分)$$

$$x+y \geq 2\sqrt{xy} \Rightarrow xy \leq 100 \quad (2分 \cdot 2分)$$

$$\text{等式成立時 } x=y=100 \quad (2分 \cdot 2分)$$

四、簡答題(共 6 分)

回答:應再精確估計  $\log 2$  (給 2 分)

回答:應以四捨五入到小數點後第 5 位估計  $\log 2$ , 可使誤差範圍  $23209 \cdot 0.00001 < 1$  (6 分)