

一、填充題

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
得分	8	16	24	30	36	42	48	52	56	60	64

1. 求中心在(3,4)，正焦弦長為 $\frac{32}{5}$ ，兩焦點距離為6，短軸所在直線垂直 y 軸的橢圓方程式：_____。
(需寫成標準式)

2. 設拋物線的頂點(2,1)，焦點(0,0)，則其準線方程式為：_____。

3. 求兩漸近線為 $3x+2y=0, 3x-2y=0$ ，且過 $(2\sqrt{3}, 3\sqrt{2})$ 的雙曲線的正焦弦長：_____。

4. 已知二階方陣 M 將 $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ 變換到 $\begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix}$ ，將 $\begin{bmatrix} 3 \\ 7 \end{bmatrix}$ 變換到 $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ 。若 $\triangle ABC$ 的三頂點座標為 $A(1,1), B(4,2), C(3,4)$ ，則 $\triangle ABC$ 經方陣 M 變換後，所得到的圖形面積為：_____。

5. 直線 $L: 3x+y=4$ 經矩陣 $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ m & n \end{bmatrix}$ 變換後，得到的圖形還是 L ，則數對 $(m, n) =$ _____。



6. 設橢圓 $\Gamma: \sqrt{(x-1)^2 + (y+3)^2} + \sqrt{(x+2)^2 + (y-1)^2} = 13$ ，試求：這個橢圓的短軸在第一象限的頂點的坐標：_____。

7. 已知 F_1, F_2 為雙曲線 $\Gamma: x^2 - y^2 = 1$ 的左、右焦點，點 P 在 Γ 上。若 ΔPF_1F_2 的面積為 $\sqrt{2}$ ，求 $\cos(\angle F_1PF_2) =$ _____。

8. 在坐標平面上，設直線 $L: y = x - 3$ 與拋物線 $\Gamma: y^2 = 8x$ 相交於 P, Q 兩點。若 F 表拋物線的焦點，則 $\overline{PF} + \overline{QF} =$ _____。

9. 已知 $(5, -3), (7, 5)$ 為雙曲線 Γ_1 及橢圓 Γ_2 之共同焦點，又 Γ_1 與 Γ_2 相交於 $(2, -7)$ ，若 Γ_1 之共軛軸長為 l_1 ， Γ_2 之短軸長為 l_2 ，則 $\frac{l_1}{l_2} =$ _____。

10. 已知兩圓 $C_1: (x-1)^2 + y^2 = 4$ ， $C_2: (x-11)^2 + y^2 = 16$ ，若動圓 C 與 C_1 內切且與 C_2 外切，求此動圓 C 之圓心的軌跡方程式為_____。（需寫成標準式）



11. 已知橢圓 $\Gamma: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$ 的右焦點為 F ， P 為橢圓上一點， $A(0, 2\sqrt{3})$ 。求 $\triangle APF$ 的周長最大值：_____。

二、多重選擇題(每題 8 分，錯一個選項扣 3 分，扣完為止，共 24 分)

1. 有關坐標平面上的敘述，請選出正確的選項。

- (1) $\sqrt{(x-1)^2 + (y-1)^2} + \sqrt{(x-4)^2 + (y-5)^2} = 4$ 之圖形為橢圓
- (2) $\sqrt{(x-1)^2 + (y-1)^2} + \sqrt{(x-4)^2 + (y-5)^2} = 5$ 之圖形不存在
- (3) $\sqrt{(x-1)^2 + (y-1)^2} - \sqrt{(x-4)^2 + (y-5)^2} = 3$ 之圖形為雙曲線
- (4) $\sqrt{(x-1)^2 + (y-1)^2} - \sqrt{(x-4)^2 + (y-5)^2} = 6$ 之圖形不存在
- (5) $\sqrt{(x-1)^2 + (y-1)^2} = \frac{|x+y-2|}{\sqrt{2}}$ 之圖形為拋物線

2. 已知曲線 $\Gamma: \sqrt{(x-2)^2 + (y-3)^2} + \sqrt{(x-7)^2 + (y-9)^2} = 13$ ，則下列選項哪些正確？

- (1) Γ 為一橢圓 (2) Γ 的中心點為 $(\frac{9}{2}, 6)$ (3) $10x + 12y = 117$ 是 Γ 的其中一條對稱軸
- (4) 設 $A(2, 3)$ ， $B(7, 9)$ ，若 Q 點在 x 軸上，則 $\overline{AQ} + \overline{BQ}$ 的最小值為 13 (5) Γ 的圖形和 x 軸恰交於一點



3. 平面坐標上， $xy = 4$ 的圖形經過 $A = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}$ 變換後

- (1) 所得到的方程式為 $x^2 - y^2 = -8$ (2) $xy = 4$ 的圖形是等軸雙曲線
 (3) $xy = 4$ 的正焦弦長和其共軛軸一樣長 (4) $(2\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$ 為 $xy = 4$ 的其中一個焦點
 (5) $xy = 4$ 上任取一點 P ，則 P 點到兩漸近線的距離乘積為 8

三、計算證明題(每題 6 分，共 12 分)

1. 給定雙曲線 $\Gamma: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ， $a, b > 0$ 且 $c = \sqrt{a^2 + b^2}$ 。若 $P(x, y)$ 在 Γ 上， $F(c, 0)$ ，試證明：當 $x \geq a$ 時，

$$\overline{PF} = \frac{c}{a}x - a$$

2. 試問：點 $P(3, 4)$ 繞原點順時針旋轉 45° 後，再對直線 $y = \frac{1}{\sqrt{3}}x$ 鏡射後所得到的點座標為：_____



班級：二年__班 姓名：_____ 座號：_____號 得分：_____

一、填充題

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
得分	8	16	24	30	36	42	48	52	56	60	64

(1)		(2)		(3)	
(4)		(5)		(6)	
(7)		(8)		(9)	
(10)		(11)		/	/

二、多重選擇題(每題 8 分，錯一個選項扣 3 分，扣完為止，共 24 分)

(1)		(2)		(3)	
-----	--	-----	--	-----	--

三、計算證明題

1.(6 分)	2.(6 分)
---------	---------



班級：二年__班 姓名：_____ 座號：_____ 號 得分：_____

一、填充題

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
得分	8	16	24	30	36	42	48	52	56	60	64

(1)	$\frac{(x-3)^2}{16} + \frac{(y-4)^2}{25} = 1$	(2)	$2x + y = 10$	(3)	9
(4)	$\frac{21}{11}$	(5)	$(-3, -2)$	(6)	$(\frac{43}{10}, \frac{13}{5})$
(7)	$\frac{1}{3}$	(8)	18	(9)	$\frac{1}{8}$
(10)	$\frac{(x-6)^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1 (x \leq 3)$	(11)	14	/	

(第十題只要有描述出是左邊那支即給分，為描述者給一半)

二、多重選擇題(每題 8 分，錯一個選項扣 3 分，扣完為止，共 24 分)

(1)	4	(2)	12345	(3)	234
-----	---	-----	-------	-----	-----

三、計算證明題

<p>$\overline{PF} = \sqrt{(x-c)^2 + y^2}$</p> <p>1.(6 分)</p> $= \sqrt{(x-c)^2 + b^2 \left(\frac{x^2}{a^2} - 1 \right)} \quad (1 \text{ 分})$ $= \sqrt{\left(\frac{c^2}{a^2} x^2 \right) - 2cx + a^2} \quad (1 \text{ 分})$ $= \sqrt{\left(\frac{c}{a} x - a \right)^2} = \left \frac{c}{a} x - a \right \quad (2 \text{ 分})$ <p>由 $x \geq a, c > a$，所以 $\frac{c}{a} x - a \geq c - a > 0$</p> <p>所以 $\overline{PF} = \frac{c}{a} x - a \quad (2 \text{ 分})$</p>	<p>2.(6 分)</p> <p>寫出旋轉矩陣 $A = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix} \quad (2 \text{ 分})$</p> <p>鏡射矩陣 $A = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (2 \text{ 分})$</p> <p>乘法順序對，且得到答案</p> $\left(\frac{7\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}, \frac{7\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} \right) \quad (2 \text{ 分})$
--	---

