

103, 104-120

市立武陵高中 108 學年度下 高一數學科期末考 試題卷

範圍：(龍騰)單元 6,7+10~12

一年 \_\_\_\_\_ 班 \_\_\_\_\_ 號 姓名：\_\_\_\_\_

一、填充題 (每格 6 分，共 72 分)

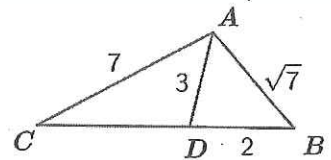
1.  $\sin(-60^\circ) \cdot \cos 210^\circ + \cos 1170^\circ \cdot \tan(-75^\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

2. 設  $\theta$  為第四象限角且滿足  $6\cos^2\theta - \sin\theta = 4$ ，試求  $\sin\theta = \underline{\hspace{2cm}}$ .

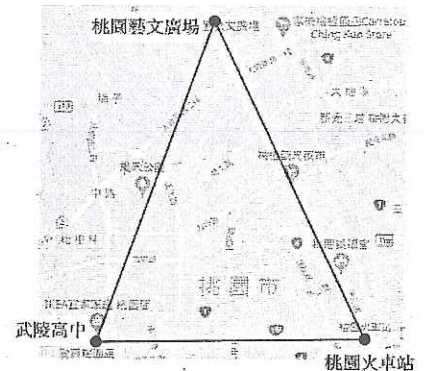
3. 如右圖，在  $\triangle ABC$  中，已知  $\overline{AB} = \sqrt{7}$ ， $\overline{AC} = 7$ ， $\overline{AD} = 3$ ， $\overline{BD} = 2$ ，則：

(1)  $\overline{CD} = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

(2)  $\triangle ACD$  的面積為  $\underline{\hspace{2cm}}$ .



4. 透過 google 地圖調查「武陵高中」、「桃園藝文廣場」、「桃園火車站」這三個地點，發現三地恰好形成一個等腰三角形。已知從桃園藝文廣場到武陵高中及桃園火車站的直線距離皆為 3.5 公里，而武陵高中到桃園火車站的直線距離為 2.8 公里。已知有一間消防局到上述三地的直線距離皆相等，試問此直線距離為  $\underline{\hspace{2cm}}$  公里。



5. 自 2,3,4,5,6 中隨機選取相異三數，假設任三數被挑選的機會均等，試問選取的三數可以形成鈍角三角形的機率為  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

2. ( ) 設坐標平面上有  $O, P, Q$  三點， $O$  為原點； $P$  點的極坐標為  $P[2\sqrt{5}, \theta]$ ，其中  $\tan \theta = 2$  且  $180^\circ < \theta < 270^\circ$ ，試問下列哪些選項恆正確？
- (A)  $P$  點的直角座標為  $P(-2\sqrt{5}\cos\theta, -2\sqrt{5}\sin\theta)$
- (B)  $P$  點的直角座標為  $P(-2, -4)$
- (C)  $P$  點對  $x$  軸的對稱點，其極坐標為  $[2\sqrt{5}, \theta - 90^\circ]$
- (D)  $P$  點對  $y$  軸的對稱點，其極坐標為  $[2\sqrt{5}, 180^\circ - \theta]$
- (E) 若有一點  $Q$  其極坐標為  $Q[2, 90^\circ]$ ，則  $\triangle OPQ$  的面積為 2 平方單位。

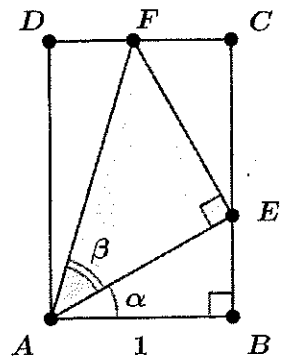
### 三、混合題 (共 12 分)

如右圖所示， $ABCD$  是一矩形， $\overline{AB} = 1$ 。設  $\alpha, \beta$  是兩銳角且  $0^\circ < \alpha + \beta < 90^\circ$ ，在  $\overline{BC}, \overline{CD}$  上分別取一點  $E, F$ ，使得  $\angle BAE = \alpha, \angle EAF = \beta$  且  $\overline{AE} \perp \overline{EF}$ 。

試回答下列各題。

(1) (多選題，5 分) 請問下列哪些選項正確？

- (A)  $\overline{BE} = \tan \alpha$       (B)  $\overline{AE} = \frac{1}{\sin \alpha}$
- (C)  $\overline{EF} = \frac{\tan \beta}{\sin \alpha}$       (D)  $\overline{EC} = \tan \beta$       (E)  $\overline{CF} = \tan \alpha \cdot \tan \beta$



(2) (證明題，2 分) 試利用上圖及第(1)題結果，證明  $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \beta}$ 。(HINT: 觀察  $\triangle ADF$ )

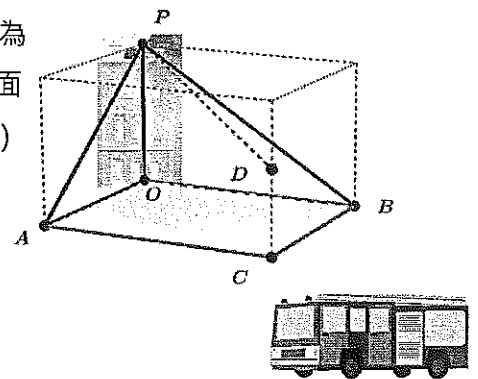
(3) (計算題，5 分) 設坐標平面上有兩直線  $L_1: x - \sqrt{3}y = 0, L_2: x + y = 0$ 。若兩直線夾角為  $\theta$ ，則  $\tan \theta$  之值為？(有兩解，需有計算過程才給分，直接背出答案者不予計分。)

6. 有一種投注遊戲是，玩家先選擇 1、2、3、4、5、6 其中一種點數後，莊家會投擲三顆公正的骰子。若投擲結果中，該點數恰出現一個，玩家可贏得 100 元；若該點數恰有兩個，玩家可贏得 200 元；若該點數出現三個，玩家可大贏 800 元；但若該點數皆未出現時，則要賠給莊家 100 元。請問這遊戲中，玩家獲利的期望值為\_\_\_\_\_元。

7. 根據內政部統計資料得知，26 歲的青年在一年內的死亡率為 0.00064。艾比保險公司便針對 26 歲的青年推出保額為 100 萬元，保費為 1200 元的一年期人壽保險。但考量 26 歲青年仍是社會新鮮人，收入尚不穩定，保險公司打算將保費調降為 800 元作銷售。若保險公司希望調降保費後的利潤期望值保持不變，則調降保費後的保單，其保額應該修訂為\_\_\_\_\_元。

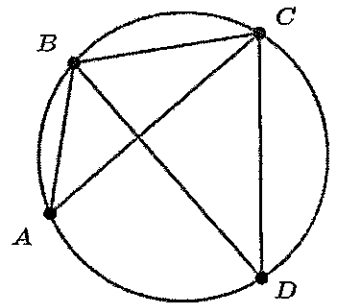
8. 箱子裝有兩種不同尺寸、材質相同的球 20 顆如下：大紅球 5 顆、大白球 4 顆、小紅球 3 顆、小白球 4 顆及小黑球 4 顆。艾莉今從箱中同時取出同尺寸的兩球（意即：可能抽出「2 個大白球」或「1 小紅球+1 小黑球」等，不可能抽出「1 大白球+1 小白球」），假設除了尺寸不同的搭配組合不會發生以外，其餘的搭配組合出現機會皆均等，則艾莉抽出兩個紅球的機率是\_\_\_\_\_。

9. 如右示意圖所示，有一棟失火的大樓， $P$  點為大樓樓頂，矩形  $OACB$  為地平面，今自大樓的正南方地面  $A$  點測得樓頂仰角為  $45^\circ$ ；正東方地面  $B$  點測得樓頂仰角為  $30^\circ$ ；喬爾站在消防雲梯車上（圖中的  $D$  點位置）朝樓頂看去的仰角為  $\tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$ 。已知雲梯車高度  $\overline{CD} = 20$  公尺，試求大樓高度  $\overline{OP}$  為\_\_\_\_\_公尺。



10. 設  $A, B, C, D$  為圓上的相異四點。已知圓的半徑為 4,  $\overline{CD}=6$ ,

兩線段  $\overline{AC}$  與  $\overline{BD}$  互相垂直, 如圖所示。則  $\overline{AB}$  的長度為 \_\_\_\_\_。



11. 以前的綜藝節目有一種送獎金的遊戲方式如下：「主持人準備好相同大小的 1 到 9 號卡片各一張，並將 9 張卡片背面朝上蓋起來。接著請玩家隨機抽出三張卡片再隨機排成一個三位數後，主持人將卡片掀開所看見的三位數，即為玩家獲得的獎金。」例如：玩家隨機抽出  $\blacksquare, \blacksquare, \blacksquare$  三張卡片，再將之排成三位數  $\blacksquare\blacksquare\blacksquare$  後，主持人將卡片掀開看到  $\boxed{2}\boxed{8}\boxed{5}$ ，則玩家即可獲得 \$285 元。假設能組合出的三位數出現機會皆均等，則玩一次遊戲獲得獎金的期望值為 \_\_\_\_\_ 元。

二、多重選擇題 (共 16 分。每題 8 分，答錯一個選項得 6 分，答錯兩個選項得 2 分，答錯三個選項以上或未作答者得 0 分)

1. ( ) 已知  $A, B$  為樣本空間中的兩事件，設  $P(A' \cap B') = \frac{1}{4}$ ,  $P(A) = \frac{2}{3}$ ,  $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$ ，則下列選項哪些是正確的？

(A)  $P(A') = \frac{1}{3}$

(B)  $P(A \cup B) = \frac{5}{6}$

(C)  $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$

(D)  $P(B) = \frac{5}{12}$

(E)  $P(A' - B') = \frac{1}{12}$

102, 104-120

市立武陵高中 108 學年度下 高一數學科期末考 解答卷

範圍：(龍騰)單元 6,7+10~12

一年 \_\_\_\_\_ 班 \_\_\_\_\_ 號 姓名：\_\_\_\_\_

一、填充題 (每格 6 分，共 72 分)

1.	$\frac{3}{4}$	2.	$-\frac{2}{3}$	3(1).	5	3(2).	$\frac{15\sqrt{3}}{4}$
4.	$\frac{5\sqrt{21}}{12}$	5.	$\frac{1}{2}$	6.	$-\frac{50}{9}$	7.	\$375,000
8.	$\frac{1}{7}$	9.	60	10.	$2\sqrt{7}$	11.	\$555

二、多重選擇題 (共 16 分。每題 8 分，答錯一個選項得 5 分，答錯兩個選項得 2 分，答錯三個選項以上或未作答者得 0 分)

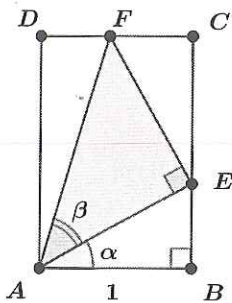
1.	ACE	2.	BDE
----	-----	----	-----

三、混合題 (共 12 分)

(1) (多選題，5 分)

ADE (此部分配分，每錯一個選項扣 2 分，直到 0 分為止)

(2) (證明題，2 分) 試證明  $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \beta}$



(3) (計算題，5 分) (有兩解，需有計算過程才給分，直接背出答案者不予計分。)

答案： $\tan \theta = \pm(2 + \sqrt{3})$

1. 有畫出  $L_1$ 、 $L_2$  兩直線，並正確標出斜角，得 1 分

2. 知道所求夾角  $\theta = 75^\circ$  或  $\theta = 105^\circ$  並開始計算  $\tan \theta$  值，這部分過程佔 2 分。(此部分不限定計算方法)

3. 正確求得  $\tan \theta = \pm(2 + \sqrt{3})$ ，一個解 1 分，共 2 分。



市立武陵高中 108 學年度下 高一數學科期末考 答案卷

範圍：(龍騰)單元 6,7+10~12

一年 \_\_\_\_\_ 班 \_\_\_\_\_ 號 姓名：\_\_\_\_\_

一、填充題 (每格 6 分，共 72 分)

1.		2.		3(1).		3(2).	
4.		5.		6.		7.	
8.		9.		10.		11.	

二、多重選擇題 (共 16 分。每題 8 分，答錯一個選項得 5 分，答錯兩個選項得 2 分，答錯三個選項以上或未作答者得 0 分)

1.		2.	
----	--	----	--

三、混合題 (共 12 分)

(1) (多選題，5 分)

(2) (證明題，2 分) 試證明  $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \beta}$

(3) (計算題，5 分) (有兩解，需有計算過程才給分，直接背出答案者不予計分。)

