

216-320

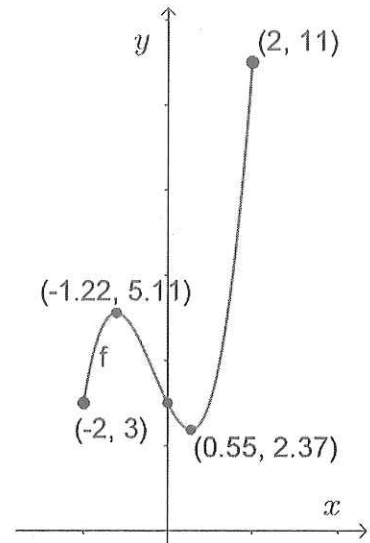
武陵高中 108 學年度第二學期 高三社會組 期末考 試題卷 班級 座號 姓名

符號說明： \in 屬於、 \mathbb{R} 實數集合

一、是非題共 10 分(每題 2 分)

()是非 1、設右圖為 $y = f(x)$ 函數的圖形，其定義域為 $\{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x \leq 2\}$ ，則在區間 $[-2, 2]$ 中有 $f(f(x)) = 3$ 的實數解。

()是非 2、若函數 $g(x)$ 定義在區間 $[a, b]$ 上，且在區間 $[a, b]$ 上連續。若 k_0 滿足 $(k_0 - g(a))(k_0 - g(b)) < 0$ ，則 $g(x) = k_0$ 有實根。



()是非 3、若函數 $g(x)$ 定義在區間 $[a, b]$ 上，且在區間 (a, b) 上連續。若 k_0 滿足 $g(a) < k_0 < g(b)$ ，則 $g(x) = k_0$ 有實根。

()是非 4、若函數 $d(x)$ 定義在 \mathbb{R} 上，且在 $x = a$ 處極限存在，則 $d(x)$ 在 $x = a$ 處連續。

()是非 5、若函數 $y = e(x)$ 定義在 \mathbb{R} 上，且在 $x = a$ 處連續，則 $y = e(x)$ 在 $x = a$ 處極限存在。

二、多選題共 10 分(每選項答錯扣 3 分，10 分扣完為止)

() 1、 $\langle a_n \rangle$ 、 $\langle b_n \rangle$ 為無窮數列，下列選項哪些正確？

(A) 若 $\langle a_n \rangle$ 收斂，則 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 收斂

(B) 若 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 收斂，則 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$

(C) 已知對所有自然數 n ，不等式 $a_n \leq b_n \leq (a_n + 1)$ 皆成立，若 $\langle a_n \rangle$ 收斂，則 $\langle b_n \rangle$ 收斂

(D) 已知對所有大於 100 的自然數 n ，不等式 $\frac{a_n}{n} \leq b_n \leq \frac{a_n}{n-1}$ 皆成立，若 $\langle a_n \rangle$ 收斂，則 $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0$

(E) 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} (b_n)^2 = 1$ ，則 $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 1$ 或 $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = -1$ 。

三、填充題(共 60 分，每格 6 分)

1、 $x \in \mathbb{R}$ ， $f(x) = \begin{cases} [x^2] , & \sqrt{2} < x < 2 \\ a & , x = \sqrt{2} \\ x^2 & , x < \sqrt{2} \end{cases}$ ，其中 $[x]$ 指「不大於 x 的最大整數」。 $f(x)$ 在區間 $(-\infty, 2)$ 上連續，則 $a =$ _____。

2、 $S_n = \sum_{k=1}^n \{4(-\frac{1}{3})^k\}$ ， $S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ ，求

(1) $S =$ _____，(2) 若 $|S - S_n| < \frac{1}{2048}$ ，求最小自然數 n 值=_____。

3、 $\lim_{n \rightarrow \infty} (\frac{2n-3}{1+n^2} + \frac{2n-3}{2+n^2} + \dots + \frac{2n-3}{n+n^2}) =$ _____。

4、 $f(x)$ 為三次多項式，且 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 0$ ， $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{(x-1)^2} = 5$ ， $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{x-7} = -9$ ，求 $f(2) =$ _____。

5、若 $x = \sqrt{3} - 1$ ，求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4x^n - 3x^{-n}}{5x^n + 2x^{-n}} =$ _____。

6、實係數多項式 $f(x) = x^4 + 14x^3 + 61x^2 + 94x + 2\left(\lim_{x \rightarrow (-5)} \frac{f(x)}{x+5}\right) + 2$ 。

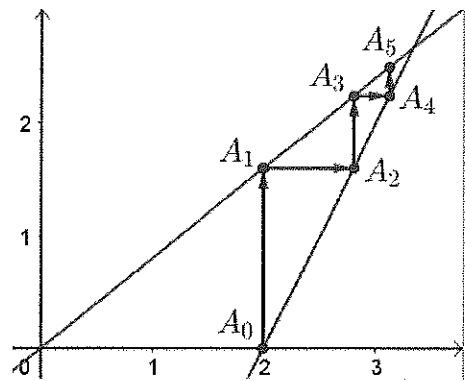
(1) 令 $\lim_{x \rightarrow (-5)} \frac{f(x)}{x+5} = k$ ，求 $k = \underline{\hspace{2cm}}$ ，(2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

7、在第一象限內，考慮雙曲線 $4y^2 - x^2 = 1$ 的圖形，令 A_n 為此雙曲線上 y 坐標為正整數 n 的點， A_n 與漸近線 $2y = x$ 的距離為 d_n ；與漸近線 $2y = -x$ 的距離為 k_n ，其乘積為 $d_n k_n$ ，則 $\lim_{n \rightarrow \infty} (d_n k_n) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

8、直角坐標系上，在區域 $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ y \leq 0.8x \\ y \geq 2(x-2) \end{cases}$ 內畫上直線。

如圖，一開始從 $A_0(2,0)$ 開始往正上畫，到達點 A_1 後，再往正右畫到達點 A_2 ，...，再往正上畫到達點 A_{2n-1} ，再往正右畫到達點 A_{2n} ，(n 為自然數)，持續不停依此方式畫線。

用 $\overline{A_k A_{k+1}}$ 代表 A_k 、 A_{k+1} 兩點間的直線距離，問 $\sum_{k=1}^{\infty} \overline{A_k A_{k+1}}$
 $= \underline{\hspace{2cm}}$ 。



四、計算題 20 分

一、有一公正骰子，各面的點數分別為 1,1,2,2,2,2。今一遊戲是：云潔、幸安兩人輪流投擲此骰子，即投擲順序為云潔、幸安、云潔、幸安、...，依此類推。約定誰先投出累計點數和為偶數的人獲勝(獲勝包含第一次就擲出偶數的情形)。

(1)云潔投擲第一次後即獲勝機率=_____。(1 分)

(2)云潔投擲第二次後即獲勝機率=_____。(2 分)

(3)云潔投擲第三次後即獲勝機率=_____。(3 分)

(4)云潔在此遊戲中獲勝的機率=_____。(5 分)

二、(1) 請在直角坐標系上畫函數 $y = |x^2 - 4x|$ 的圖形。(4 分)

(2) $k \in \mathbb{R}$ ，若方程式 $|x^2 - 4x| = x + k$ 有 3 個相異實根，求 k 。(5 分)

武陵 108 學年度第二學期高三(社)期末考作答卷 班級____ 座號____ 姓名_____

一、是非題共 10 分(每題 2 分)、二、多選題共 10 分(每選項答錯扣 3 分，10 分扣完為止)

題號	是非 1	是非 2	是非 3	是非 4	是非 5	多選 1
答案						

三、填充題(共 60 分，每格 6 分)

題號	1	2(1)	2(2)	3	4
答案					
題號	5	6(1)	6(2)	7	8
答案					

四、計算題 20 分

一、有一公正骰子，各面的點數分別為 1,1,2,2,2,2。今一遊戲是：沅潔、幸安兩人輪流投擲此骰子，即投擲順序為沅潔、幸安、沅潔、幸安、...，依此類推。約定誰先投出累計點數和為偶數的人獲勝(獲勝包含第一次就擲出偶數的情形)。

(1)沅潔投擲第一次後即獲勝機率=_____。(1 分)

(2)沅潔投擲第二次後即獲勝機率=_____。(2 分)

(3)沅潔投擲第三次後即獲勝機率=_____。(3 分)

(4)沅潔在此遊戲中獲勝的機率=_____。(5 分)

二、(1) 請在直角坐標系上畫函數 $y = |x^2 - 4x|$ 的圖形。(4 分)

(2) $k \in \mathbb{R}$ ，若方程式 $|x^2 - 4x| = x + k$ 有 3 個相異實根，求 k 。(5 分)

武陵高中 108 學年度第二學期 高三社會組 期末考 答案

316-320

一、是非題共 10 分(每題 2 分)、二、多選題共 10 分(每選項答錯扣 3 分，10 分扣完為止)

題號	是非 1	是非 2	是非 3	是非 4	是非 5	多選 1
答案	X	○	X	X	○	BD

三、填充題(共 60 分，每格 6 分)

題號	1	2(1)	2(2)	3	4
答案	2	-1	7	2	7
題號	5	6(1)	6(2)	7	8
答案	-3/2	34	94	1/5	13/5

四、計算題 20 分

一、有一公正骰子，各面的點數分別為 1,1,2,2,2,2。今一遊戲是：云潔、幸安兩人輪流投擲此骰子，即投擲順序為云潔、幸安、云潔、幸安、...，依此類推。約定誰先投出累計點數和為偶數的人獲勝(獲勝包含第一次就擲出偶數的情形)。

- (1) 云潔投擲第一次後即獲勝機率=_____。(1 分)
- (2) 云潔投擲第二次後即獲勝機率=_____。(2 分)
- (3) 云潔投擲第三次後即獲勝機率=_____。(3 分)
- (4) 云潔在此遊戲中獲勝的機率=_____。(5 分)

2/3、1/27、4/243、11/15

二、(1) 請在直角坐標系上畫函數 $y = |x^2 - 4x|$ 的圖形。(4 分)

(2) $k \in \mathbb{R}$ ，若方程式 $|x^2 - 4x| = x + k$ 有 3 個相異實根，求 k 。(5 分)

(2) $k = 9/4$ 或 0

$-(x^2 - 4x) = x + k$ 有重根 (2 分)

$x^2 - 4x + x + k = 0$

$9 - 4k = 0 \Rightarrow k = \frac{9}{4}$ (2 分)

當 $y = x + k$, $k = \frac{9}{4}$ 或 0 時, (1 分)

$|x^2 - 4x| = x + k$ 有相異三實根

