桃園市立武陵高級中學 108 學年度第二學期第一次期中考高三社會組數學科試題卷

一.單選題(每題 6 分)

1.求 $\lim_{n\to\infty}\dfrac{3^{n+1}+4^{\frac{n}{2}}}{3^{n-1}-4^{(\frac{n-10}{2})}}$ =?

(1)1 (2)−1 (3)9 (4)−1024 (5)不存在。

2.設有一無窮等比級數的首項為 $0.\overline{3}$，第二項為 $0.2\overline{7}$，則此無窮等比級數的和是多少?

(1)1 (2)2 (3)3 (4)$\dfrac{10}{3}$ (5)$\dfrac{11}{8}$。

3.求 $\lim_{n\to\infty}(\dfrac{n^2}{n+1}-\dfrac{n^2+1}{n})$ =?

(1)不存在 (2)0 (3)1 (4)−1 (5)2。

4.求 $\lim_{n\to\infty}\sqrt{n}(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})$ =?

(1)$\dfrac{1}{2}$ (2)2 (3)1 (4)$\dfrac{1}{3}$ (5)3。

二.多選題(每題全對得 7 分，錯一個選項得 5 分，錯二個選項得 2 分)

1.下列關於數列級數的敘述哪些是正確的?

(1)無窮級數 $\sum_{k=1}^{\infty}[\dfrac{(k+1)^2}{k}-\dfrac{(k+2)^2}{k+1}]$ 收斂，且和為 4

(2)無窮級數 $\sum_{k=1}^{\infty}\dfrac{3^k-(-1)^k}{5^k}$ 收斂，且和為 $\dfrac{5}{3}$

(3)無窮級數 $\sum_{k=1}^{\infty}(-\dfrac{4}{3})^{k-1}$ 收斂，且和為 $\dfrac{3}{7}$

(4)若數列 $<a_n>$ 的遞迴關係式為： $a_1=2$ ， $a_{n+1}=\dfrac{4}{3}a_n-60\,(n\in N)$，則無窮數列 $<a_n>$ 收斂，且 $\lim_{n\to\infty}a_n=180$

(5)若三數列 $<a_n>,<b_n>,<c_n>$ 滿足 $a_n\le b_n\le c_n$ ， $n\in N$ ，且 $<a_n>$ 與 $<c_n>$ 為收斂數列，則 $<b_n>$ 為收斂數列。

2.下列關於數列的敘述哪些是正確的?

(1)若數列〈a_n〉、〈b_n〉均為收斂數列，則〈a_n+b_n〉為收斂數列

(2)若〈a_n+b_n〉為收斂數列，則〈a_n〉與〈b_n〉均為收斂數列

(3)若數列〈a_n〉收斂於 0，則數列〈$|a_n|$〉收斂於 0

(4)若數列〈a_n〉收斂於 0，則數列〈a_n^2〉收斂於 0

(5)若數列〈a_n^2〉收斂於 1，則數列〈a_n〉收斂於 1。

3.下列哪些數列為收斂數列?

(1) $a_n=\dfrac{4^n+2^n}{6^n}$ (2) $a_n=1+(-1)^n$ (3) $a_n=\dfrac{n+1}{n}$ (4) $a_n=2+(-1)^n\cdot\dfrac{1}{n}$ (5) $a_n=(\dfrac{11}{10})^n$ 。

4.下列哪些級數為收斂級數?

(1)$(-7)+7+(-7)+7+\cdots$ (2)$\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{k}+\sqrt{k+1}}$ (3)$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}+1}+\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}+2}+\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}+2}+\cdots$

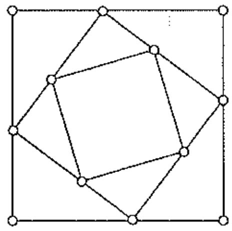
(4)$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\cdots$ (5)$\sum_{n=1}^{\infty}3(\frac{4}{9})^n$ 。

三.填充題

答對格數	1	2	3	4	5	6	7
得分	8	16	23	30	34	38	42

1.已知 $a_n=\frac{1^2}{n^3}+\frac{2^2}{n^3}+\cdots+\frac{n^2}{n^3}$ ，求 $\lim_{n\to\infty}a_n=$__________ 。

2.數列 $\langle(2x-1)^n\rangle$ 為收斂數列，試求實數 x 的範圍為__________ 。



3.如右圖，一正方形的邊長為 1，以 3：4 的順序內分各邊，
再連各分點得第二個正方形，再以同比例內分第二個正方形各邊，
連接各分點得第三個正方形，如此繼續下去，
則所有正方形(含邊長 1 的正方形)的面積總和為__________ 。

4.一無窮等比級數之總和為 3，前二項之和為 $\frac{8}{3}$，又知首項大於 3，若此級數的首項為 a，公比為 r，

則數對$(a,r)=$_______ 。

5.設數列 $\langle a_n\rangle$ 滿足 $6n^3-5n^2+4n+7<(n^3+4n^2+1)a_n<6n^3+7n^2+10n-1$，則 $\lim_{n\to\infty}a_n=$________ 。

6.若 $a=0.1\overline{234}+\frac{19}{55}$ ，則將 a 展開為小數後，小數點後第 2021 位數字為__________ 。

7.在所有的自然數中，若一數含有比 3 大的質因數，則把它刪去，剩下的自然數由小到大排成一個

數列 $<b_n>=<1,2,3,4,6,8,9,12,16,18,24,...>$ ，試求 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{b_n}=$__________ 。

四.計算證明題(6 分)

1.設無窮等比級數 $3+\frac{3}{8}+\frac{3}{8^2}+\frac{3}{8^3}+\cdots\cdots+\frac{3}{8^{n-1}}+\cdots\cdots$ 的和為 S，其前 n 項之和為 S_n，若 $|S-S_n|<\frac{1}{1000}$ ，

求 n 之最小值?

316 · 320

桃園市立武陵高級中學 108 學年度第二學期第一次期中考高三社會組數學科答案卷

班級：__________ 座號：__________ 姓名：________________

一.單選題(每題 6 分)

1.	2.	3.	4.

二.多選題(每題全對得 7 分，錯一個選項得 5 分，錯二個選項得 2 分)

1.	2.	3.	4.

三.填充題

答對格數	1	2	3	4	5	6	7
得分	8	16	23	30	34	38	42

1.	2.	3.	4.
5.	6.	7.	

四.計算證明題(6 分)

1.

316-320

桃園市立武陵高級中學 108 學年度第二學期第一次期中考高三社會組數學科答案卷

班級：__________ 座號：__________ 姓名：______________

一.單選題(每題 6 分)

1.	2.	3.	4.
(3)	(2)	(4)	(1)

二.多選題(每題全對得 7 分，錯一個選項得 5 分，錯二個選項得 2 分)

1.	2.	3.	4.
(2)	(1)(3)(4)	(1)(3)(4)	(3)(5)

三.填充題

答對格數	1	2	3	4	5	6	7
得分	8	16	23	30	34	38	42

1.	2.	3.	4.
$\frac{1}{3}$	$0 < x \le 1$	$\frac{49}{24}$	$(4,-\frac{1}{3})$
5.	**6.**	**7.**	
6	7	3	

四.計算證明題(6 分)

$S=\dfrac{3}{1-\frac{1}{8}}=\dfrac{24}{7}$ **(1 分)**

$S_n=\dfrac{3[1-(\frac{1}{8})^n]}{1-\frac{1}{8}}=\dfrac{24}{7}[1-(\frac{1}{8})^n]$ **(1 分)**

$|S-S_n|=|\frac{24}{7}-\frac{24}{7}[1-(\frac{1}{8})^n]|<\frac{1}{1000}\Rightarrow\frac{24}{7}(\frac{1}{8})^n<\frac{1}{1000}$ **(1 分)**

$\Rightarrow(\frac{1}{8})^n<\frac{7}{24000}\Rightarrow 8^n>\frac{24000}{7}$ **(1 分)**

$\Rightarrow 2^{3n}>3428.\cdots\cdots$

$\Rightarrow 3n\ge 12$，$\therefore n$ 之最小值為 4 . **(2 分)**