

102, 104-120

市立武陵高級中學 108 學年度第 2 學期第一次段考試題 高一數學科

試題範圍：數列與遞迴關係、級數、一維數據分析、二維數據分析

一、單選題：(每題 6 分，共 12 分)

() 1. 下列級數的總和中，何者有誤？

(A) $1+2+3+\dots+20=210$

(B) $1^3+2^3+3^3+\dots+20^3=210^2$

(C) $1+3+5+\dots+419=210^2$

(D) $1^2+3^2+5^2+\dots+19^2=11^3-1^3$

(E) $7^2+8^2+9^2+\dots+20^2=14^3+5^2$

() 2. 小偉參加大胃王比賽，在限時半小時內，全體選手的成績如下表：

	算術平均數	標準差
蕎麥麵	90 碗	15 碗
壽司捲	40 條	10 條

小偉比賽時分別可以吃下 48 碗蕎麥麵和 22 條壽司捲，試問，以整體大胃王比賽的參賽者來說，小偉的表現如何？

(A) 吃蕎麥麵的實力比較高，因為 $48 > 22$

(B) 吃壽司捲的實力比較高，因為 $48-90 < 22-40$

(C) 吃蕎麥麵的實力比較高，因為 $\frac{90-48}{15} > \frac{40-22}{10}$

(D) 吃壽司捲的實力比較高，因為 $\frac{48-90}{15} < \frac{22-40}{10}$

(E) 一定有人吃了 132 碗以上的蕎麥麵

二、多重選擇題：(每題 8 分，錯一個選項扣 3 分，錯三個選項以上則得 0 分)

() 1. 下列有五組數值資料，每組各有 6 筆，則關於各個統計量的敘述，下列何者正確？

甲：2, 3, 4, 5, 6, 7

乙：9, 8, 7, 6, 5, 4

丙：4, 9, 16, 25, 36, 49

丁： $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{4}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$, $\sqrt{7}$

戊：-4, -6, -8, -10, -12, -14

(A) 考慮標準差 σ ，則 $\sigma_{\text{甲}} = \sigma_{\text{乙}}$

(B) 考慮算術平均數 μ ，則 $\mu_{\text{丙}} = (\mu_{\text{甲}})^2$

(C) 考慮第 1 四分位數 Q_1 ，則五組數值中最大者為 $Q_{1\text{丙}}$

(D) 考慮中位數 Me ，則五組數值中最小者為 $Me_{\text{丁}}$

(E) 考慮第 67 百分位數的計算方法得到 P_{67} ，則 $P_{67\text{戊}} = -12$

- () 2. 小玲看到有報導說：「人的心情會與氣溫呈現正相關」。小玲因此找了 2000 人做調查，想知道台灣人是否也有這種傾向。她將心情量化後的數字命名為心情指數，利用 0 分至 100 分評分，數值越高表示越開心。調查後，小玲將氣溫（攝氏）與心情指數的數據分別以 X 、 Y 表示，得到相關係數為 0.0314， Y 對 X 的迴歸直線為 $y = 4x - 20$ ；另外，氣溫若改為華氏溫標，則以 F 變量表示之。試問下列的推論，哪些是正確的？

(註：攝氏和華氏溫標的單位換算公式：華氏 $= \frac{9}{5} \times$ 攝氏 $+ 32$)

- (A) 若將 X 、 Y 數據標準化後分別得到 X' 、 Y' ，則 Y' 對 X' 的迴歸直線斜率有可能大於 1。
- (B) 利用迴歸直線我們可以預測當氣溫達到攝氏 35 度，心情指數會達到 120 分
- (C) F 與 Y 的相關係數為 0.0314
- (D) 設 X 中的第 40 百分位數為 P_{40} ，則 $\left(\frac{9}{5} \times P_{40} + 32\right)$ 必為 F 中的第 40 百分位數
- (E) 這次調查的結果，是適合利用迴歸直線去預測數值

- () 3. 設方程式 $x^3 + 3x^2 + (2m-1)x - 3n = 0$ 之三根成等差， $x^3 + (2n-7)x^2 + mx - 8 = 0$ 之三根成等比，請選出正確的敘述

(A) $m = 6$

(B) $n = 5$

(C) $x^3 + 3x^2 + mx + (n-4) = 0$ 之三根中最大者為 -1

(D) $x^3 + 3nx^2 + (3m-3)x - 8 = 0$ 之三根中最大者為 2

(E) $x^3 + 3nx^2 + (3m-3)x - 8 = 0$ 之三根成等比，公比可能為 $\frac{1}{2}$

三、填充題：(每題 7 分，共 35 分)

1. 數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $a_1 = \frac{4}{5}$ ， $a_n = \begin{cases} 3a_{n-1} & (0 \leq a_{n-1} < \frac{1}{2}) \\ 2a_{n-1} - 1 & (\frac{1}{2} \leq a_{n-1} < 1) \end{cases}$ ，試求 $a_1 + a_2 + \cdots + a_{99} =$ _____

2. 蒐集 200 位學生身高 X (單位：公分)，體重 Y (單位：公斤)，得到身高平均數 $\mu_X = 170$ ，標準差 $\sigma_X = 10$ ；體重平均數 $\mu_Y = 62$ ，標準差 $\sigma_Y = 5$ ， X 與 Y 的相關係數為 0.8。則體重 Y 對身高 X 的迴歸直線方程式為 _____

3. 計算 $19\frac{1}{3} + 16\frac{1}{9} + 13\frac{1}{27} + \cdots + 4\frac{1}{729}$ ，其值以帶分數表示為 $a\frac{c}{b}$ ，則 $b - a + c =$ _____

4. 有兩個等差數列之前 n 項的比為 $(3n+1):(7n-11)$ ，則此兩數列第 6 項的 比值 為 _____

5. 設 $\langle a_n \rangle = \langle 0.\overline{59}, 0.5\overline{9}, \dots \rangle$ 為一等差數列，每項 a_n 皆為無限循環小數或有限小數，則 $\langle a_n \rangle$

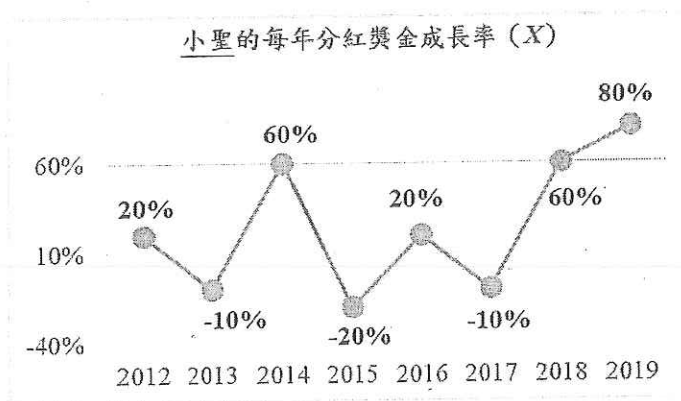
中第二個出現的有限小數為數列中的第 _____ 項

四、計算證明題：(共 29 分)

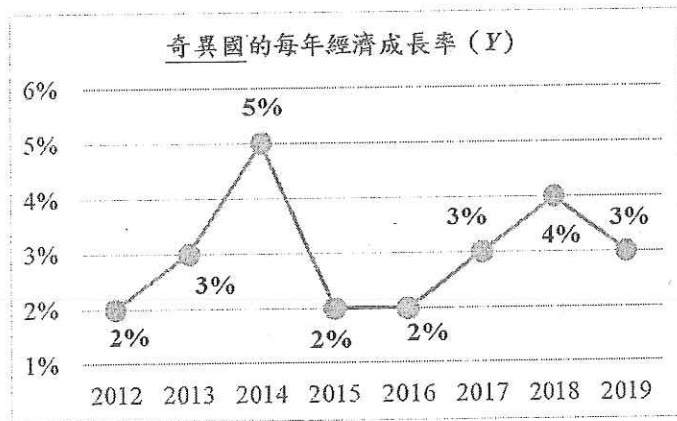
1. 已知 $1+2+3+\dots+n=\frac{n(n+1)}{2}$ ， $1\times 2+2\times 3+3\times 4+\dots+n(n+1)=\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$ ，以此規律，試寫出 $1\times 2\times 3+2\times 3\times 4+3\times 4\times 5+\dots+n(n+1)(n+2)=?$ 並以數學歸納法證明之。(8 分)

2. 小聖是奇異國的國民，他以 X 變量表示自己每年分紅獎金的成長率(見圖一)，並以 Y 變量表示奇異國的每年 GDP 成長率(見圖二)。請回答下列問題：

- (1) 以相同年度的 X 與 Y 為數對畫成散布圖，則 X 與 Y 的相關係數為多少？(7 分)
- (2) 承上， Y 對 X 的迴歸直線方程式為？(7 分)
- (3) 若改成問小聖每年分紅獎金的平均成長率為多少？(7 分)



(圖一)



(圖二)

註：

t	5	15	25	35	45	55	65	75	85	95
t^2	25	225	625	1225	2025	3025	4225	5625	7225	9025

102, 104-120

市立武陵高級中學 108 學年度第 2 學期第一次段考試題 高一數學科

班 _____ 號 姓名 _____

一、單選題：

(每題 6 分，共 12 分)

1.	2.
----	----

二、多重選擇題：

(每題 8 分，錯一個選項扣 3 分)

1.	2.	3.
----	----	----

三、填充題：(每題 7 分，共 35 分)

1.	2.	3.
4.	5.	

四、計算證明題：(共 29 分，未寫計算過程不予計分)

1. (8 分)

$1 \times 2 \times 3 + 2 \times 3 \times 4 + 3 \times 4 \times 5 + \dots + n(n+1)(n+2) =$ _____

【證】當 $n=1$ 時，

 設當 $n=k$ 時，

 當 $n=k+1$ 時，

由數學歸納法知，對所有正整數 n ，等式恆成立

2.

市立武陵高級中學 108 學年度第 2 學期第一次段考試題 高一數學科

班 _____ 號 姓名 _____

一、單選題：

(每題 6 分，共 12 分)

1.	2.
E	D

二、多重選擇題：

(每題 8 分，錯一個選項扣 3 分)

1.	2.	3.
AC	CD	BD

三、填充題：(每題 7 分，共 35 分)

1.	2.	3.
40	$y = 0.4x - 6$	1024
4.	5.	
$\frac{17}{33}$	101	

四、計算證明題：(共 29 分，未寫計算過程不予計分)

1. (8 分)

$$1 \times 2 \times 3 + 2 \times 3 \times 4 + 3 \times 4 \times 5 + \dots + n(n+1)(n+2) = \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4} \quad (2 \text{ 分})$$

【證】當 $n=1$ 時，左 $= 1 \times 2 \times 3 = 6$ 右 $= \frac{1 \times 2 \times 3 \times 4}{4} = 6 \quad \therefore$ 左 = 右，等式成立 (1 分)

設當 $n=k$ 時，等式成立，

$$\text{即 } 1 \times 2 \times 3 + 2 \times 3 \times 4 + 3 \times 4 \times 5 + \dots + k(k+1)(k+2) = \frac{k(k+1)(k+2)(k+3)}{4} \quad (2 \text{ 分})$$

當 $n=k+1$ 時，左 $= 1 \times 2 \times 3 + 2 \times 3 \times 4 + \dots + k(k+1)(k+2) + (k+1)(k+2)(k+3)$

$$= \frac{k(k+1)(k+2)(k+3)}{4} + (k+1)(k+2)(k+3) = (k+1)(k+2)(k+3) \left(\frac{k}{4} + 1 \right)$$

$$= \frac{(k+1)(k+2)(k+3)(k+4)}{4} = \text{右，等式亦成立} \quad (3 \text{ 分})$$

由數學歸納法知，對所有正整數 n ，等式恆成立

2.

(1) $\frac{2\sqrt{2}}{5}$ (7 分)

(2) $y = \frac{2}{125}x + \frac{13}{500}$ (或 $y = 0.016x + 0.026$) (7 分)

(3) 20% (7 分)